وزارت معارف
معینیت انکشاف نصاب تعلیمی، تربیهٔ
معلم و مرکز ساینس
ریاست عمومی انکشاف نصاب تعلیمی
و تألیف کتب درسی

ریاضی

صنف ششم

$$\frac{۳}{۵} = \frac{۶۰}{۱۰۰} = ۶۰\%$$

کتاب های درسی متعلق به وزارت معارف بوده
خرید و فروش آن در بازار جداً ممنوع است. با
متخلفین برخورد قانونی صورت می‌گیرد.

سال چاپ: ۱۳۹۰ هـ . ش.

وزارت معارف
معینیت انکشاف نصاب تعلیمی، تربیهٔ
معلم و مرکز ساینس
ریاست عمومی انکشاف نصاب تعلیمی
و تألیف کتب درسی

ریاضی

صنف ششم

سال چاپ: ۱۳۹۰ هـ . ش.

کمیته های تألیف، تحقیق و تدقیق کتاب

I. مؤلفان:

سر مؤلف نظام الدین عضو علمی دیپارتمنت ریاضی ریاست انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی.

سر مؤلف عبدالکبیر آمر دیپارتمنت ریاضی ریاست انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی.

II. مطالعه و تأیید:

شورای ملی:

اعضای کمیسیونهای امور دینی، معارف و تحصیلات عالی ولسی جرگه و مشرانو جرگه.

III. تحقیق و تدقیق توسط:

وزارت معارف:

- سر مؤلف عبدالنبی واحدی مشاور وزارت معارف.
- رضا حسین زاده عضو علمی مرکز ساینس وزارت معارف.
- کاندید معاون مؤلف مهناز توخی عضو علمی دیپارتمنت ریاضی ریاست انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی.

IV. کمیتهٔ بررسی محتوا، مسایل دینی، سیاسی و فرهنگی:

- داکتر عطاء الله واحدیار مشاور ارشد وزارت معارف و رئیس نشرات.
- دوکتور محمد یوسف نیازی مشاور وزارت معارف.

V. کمیتهٔ نظارت تحقیق و تدقیق:

- دکتور اسد الله محقق معین انکشاف نصاب تعلیمی، تربیهٔ معلم و مرکز ساینس
- دکتور شیر علی ظریفی مسؤول پروژهٔ انکشاف نصاب تعلیمی
- معاون سرمؤلف عبدالظاهر گلستانی رئیس عمومی انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی

کمپوز و دیزاین:

محمد علی نظری

بسم الله الرحمن الرحیم

پیام وزیر معارف

معلمان و شاگردان عزیز،

تعلیم و تربیه اساس انکشاف و توسعهٔ هر کشور را تشکیل می دهد، نصاب تعلیمی یکی از عناصر مهم تعلیم و تربیه می باشد که مطابق انکشافات علمی و نیازمندی های معاصر جامعه وضع می گردد، واضح است که انکشافات علمی و نیازمندی‌های جامعه همواره در حال تَطَوُّر می‌باشد؛ بناء لازم است نصاب تعلیمی نیز به صورت علمی و دقیق انکشاف نماید. البته نباید نصاب تعلیمی تابع تغیرات سیاسی، نظریات و تمایلات اشخاص گردد.

کتبی که امروز در دسترس شما قرار دارد بنابر همین مشخصات تهیه و ترتیب گردیده است، موضوعات علمی مفید در آن اضافه شده است، فعال نگه داشتن شاگردان در عملیهٔ تدریس جزء پلان تدریس گردیده است.

امیدوارم تدریس این کتاب با استفاده از روش های آموزش فعال مطابق رهنمود ها و پلان تعلیمی تعیین شده صورت گیرد، و اولیای شاگردان نیز در تعلیم و تربیهٔ با کیفیت دختران و پسران خود همکاری متداوم نمایند، تا اهداف و آروزهای نظام معارف بر آورده گردیده، نتایج و دست آوردهای خوبی برای شاگردان و کشور ما داشته باشد.

من باور دارم که استادان و معلمان گرانقدر ما در تطبیق مؤثر نصاب تعلیمی رسالت و مسؤولیت بزرگ دارند.

وزارت معارف همواره تلاش می نماید تا نصاب تعلیمی معارف مطابق اساسات دین مبین اسلام، حس وطن دوستی و معیار های علمی با در نظرداشت نیازمندی های مُبرم جامعهٔ ما انکشاف نماید.

در این عرصه از تمام شخصیت های علمی و دانشمندان تعلیم و تربیهٔ کشور و اولیای محترم شاگردان تمنا دارم، تا با ارائهٔ نظریات و پیشنهادات سالم و مفید خویش مؤلفان ما را در بهبود بیشتر تألیف کتب درسی یاری نمایند.

از همهٔ دانشمندانی که در تهیه و ترتیب این کتاب سهم گرفته اند، و از مؤسسات محترم ملی و بین المللی و سایر کشور های دوست که در تهیه و تدوین نصاب تعلیمی جدید و طبع و توزیع کتب درسی همکاری نموده اند صمیمانه اظهار امتنان و قدردانی می نمایم.

و من الله التوفیق

فاروق «وردک»

وزیر معارف جمهوری اسلامی افغانستان

ارقام رومی

هدف: شاگردان ارقام رومی را شناخته ، در جاهای ضرورت از آن استفاده به عمل آورند.

رومیان قدیم برای نوشتن اعداد، ارقامی را به کار میبردند که مرکب از بعضی حروف بوده تا اکنون هم در نوشتن فصل های کتاب و نمایش ارقام روی بعضی ساعت ها وغیره استعمال میشود.

اشکال ارقام رومی از یک تا بیست قرار ذیل نوشته میشوند.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸

IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵

XVI	XVII	XVIII	XIX	XX
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰

در نوشتن ارقام رومی سه قانون ذیل در نظر گرفته میشود:

۱. هر رقمیکه طرف راست رقم دیگر نوشته شود با آن جمع میشود.

مثلاً: VI = ۶ = ۱ + ۵   XI = ۱۱ = ۱ + ۱۰

۲. هر رقم که طرف چپ رقم دیگر نوشته شود از آن کم میشود.

مثلاً: IV = ۴ = ۱ − ۵   IX = ۹ = ۱ − ۱۰

۳. از سه رقم مشابه زیاد تر در ارقام رومی پهلوی هم نوشته نمیشود .

مثلاً : II = ۲ ،   III = ۳ ،   XX = ۲۰

فعالیت ها

اعداد را بخوانید و مساوی آنرا بنویسید.

XII ، XIV ، XI ، XVI ، VIII

XVII ، XX ، IV ، III ، VII ، X

I ، II ، XV ، VI ، XVIII

سوال

اعداد ذیل را به رقم رومی بنویسید.

۲ ، ۴ ، ۶ ، ۸ ، ۵ ، ۷ ، ۹ ، ۱۱ ، ۱۳ ، ۱۵ ، ۱۷ ، ۱۴ ، ۱۸ ، ۹ ، ۱۶ ، ۱۲

کار خانه گی:

هرکدام از شاگردان ۳ عدد یک رقمی و چهار عـدد دو رقمـی را بـه شـکل رومی نوشته با خود بیاورد.

فصل اول

تجزیه اعداد به عاملهای ضربی اولیه آن ها

قابلیت های تقسیم:

هدف: شاگردان بدون انجام عملیه تقسیم، قابلیت تقسیم بر بعضی اعداد را بفهمند.

۱. قابلیت تقسیم بر ۲ :

هر عدد که رقم مرتبهٔ یکهای آن صفر یا جفت باشد بر (۲) پوره قابل تقسیم است. مانند اعداد ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۶، ۲۰، ۴۶۰ و . . .، پس هر عدد که در مرتبهٔ یکهای آن یکی از رقمهای جفت یا صفر نوشته شده باشد، آن عدد بر ۲ پوره قابل تقسیم است. گفته میتوانیم که هر یک از عدد های ۳۷۲، ۱۹۲، ۷۴، ۱۵۶، ۱۹۲۰، ۷۴۰، ۳۷۰ و ۱۰۷۸ بر ۲ قابل تقسیم اند یعنی بر ۲ پوره تقسیم میشوند.

۲. قابلیت تقسیم بر ۳ :

اگر مجموع رقمهای یک عدد بر ۳ پوره تقسیم شود خود آن عدد نیز بر ۳ پوره تقسیم میشود، طور مثال عدد ۱۵ بر ۳ قابل تقسیم است، زیرا مجموع رقمهای عدد ۱۵ عبارت از ۶ = ۵ + ۱ است. چون ۶ بر ۳ قابل تقسیم است،پس خود عدد ۱۵ نیز بر ۳ پوره قابل تقسیم است.

فعالیت ها

شاگردان در یافت کنند که در عدد های ۱۲۳۴۲ ، ۵۱۶ و ۷۲۴ کدام یک بر ۳ پوره قابل تقسیم است؟ و کدام یک بر ۲ پوره قابل تقسیم است؟

۳. قابلیت تقسیم بر ۴:

الف : هر عددی که دو رقم یکها و دههای آن صفر باشد بر ۴ پوره قابل تقسیم است مانند: ۲۰۰، ۱۰۰، ۳۰۰، و غیره.

ب : هر عددیکه رقم یکهای آن ۲ و یا ۶ بوده و رقم دههای آن تاق باشد مانند: ۱۱۲، ۱۹۲، ۲۱۲، ۵۶، ۱۳۶، ۱۷۶، ۲۴۱۶، ۹۷۶ و غیره آنعدد بر ۴ پوره قابل تقسیم است.

ج: به همین ترتیب اگر رقم یکهای یکعدد ۰،۴ و یا ۸ باشد و رقم دههای آن جفت باشد آن عدد نیز بر ۴ پوره قابل تقسیم است مانند اعداد ۲۰، ۶۰، ۲۸۰، ۲۰۴، ۲۴۴، ۵۷۸۴، ۱۰۰۸، ۳۰۸ و غیره.

۴. قابلیت تقسیم بر ۵:

هر عددی که رقم مرتبه یکهای آن صفر یا ۵ باشد آن عدد بر ۵ پوره قابل تقسیم است. مانند عدد های ۳۱۰، ۶۹۵، ۷۵ و ۲۰۰ که بر ۵ پوره قابل تقسیم اند زیرا در مرتبه یکهای هر یک از این عدد ها رقم عدد صفر یا ۵ نوشته شده است.

فعالیت ها

شاگردان هر کدام سه سه عدد را بنویسند که بالترتیب بر ۵ و ۴ پوره قابل تقسیم باشند.

دو عدد سه رقمی را بنویسند که یکهای آن ها ۵ و هم دو عدد چهار رقمی را بنویسند که یکهای آن ها صفر باشد.

کار خانه گی:

شاگردان ۴ عددیرا بنویسند که به ترتیب بالای ۲ ، ۳ ، ۴ و ۵ پوره قابل تقسیم باشند.

سـوالات

۱. سه عدد را بنویسید که بر ۵ پوره قابل تقسیم نباشند.

۲.دو عدد را بنویسید که بر ۳ پوره قابل تقسیم نباشند.

۳.در اعداد زیر آن اعداد را دریافت کنید که بـر ۴ پـوره قابـل تقـسیم باشـند.
۱۰۲۲ ، ۵۰۸ ، ۶۰۴ ، ۹۱۲ ، ۷۰۶ ، ۳۲۴ ، ۴۰۱۴ ، ۳۹۶ ، ۸۲۲ ، ۶۳۴ ، ۸۲۲
۶۳۴ ، ۳۷۶ ، ۴۱۶ ، ۶۱۸ ، ۳۰۴ ، ۸۰۴ .

۴.در هر یک از اعداد زیر به جای علامهٔ (*) کدام رقم نوشته شود تا عدد هـای حاصله بر ۴ قابل تقسیم باشند.
۲*۴۵ ، ۴۰*۵۱ ، *۱۸۳ ، ۸۴*۲ ، **۲ .

۵. چهار عدد را بنویسید که هم بر ۵ و هم بر ۲ قابل تقسیم باشند.

۶.کدام یک از عدد های زیر بر ۲ ، ۳ ، ۵ و ۴ قابل تقسیم اند علیحده، علیحـده در کتابچه های تان بنویسید.
الف: ۲۴ ، ۳۰ ، ۴۸ ، ۶۰ ، ۶۹ ، ۷۲ ، ۵۱ ، ۸۱ ، ۹۱ ، ۹۹ .
ب : ۱۲۰ ، ۴۲۰ ، ۲۷۳ ، ۱۱۸ ، ۱۱۱ ، ۱۰۹ ، ۳۲۱ ، ۴۱۶ .
ج : ۱۳۲۰ ، ۳۰۰۱ ، ۵۰۰۱ ، ۵۰۱۰ ، ۱۳۰۲ ، ۱۰۰۰ .

۷ – خانه های خالی زیر را پر کنید. در جاهای خالی کلمه هایی را بنویسید که تعریف مربوطه را تکمیل کنند.
الف : هر عددی که رقم مرتبه یکهای آن (. . . . . .) یا جفت باشد آن عدد بـر ۲ پوره قابل تقسیم است.
ب: اگر(. . . . .) رقمهای یک عدد بر ۳ پوره تقسیم شـود خـود آن عـدد نیـز بـر (. . . . . .) پوره قابل تقسیم است.
ج : هر عددیکه رقم مرتبه یکهـای آن (. . . . .) یـا ۵ باشـد آن عـدد بـر (. . . . .) پوره قابل تقسیم است.

قابلیت تقسیم بر ۷ :

آن اعداد بر ۷ قابل تقسیم اندکه خواص ذیل را دارا باشند:

اگر رقم یکهای یکعدد حذف شود و دو چند این رقم حذف شده را از عددی که از ارقام باقی مانده به دست آمده است تفریق کنیم، در صورتیکه حاصل تفریق به دست آمده بالای هفت پوره تقسیم شود خود آن عدد هم بر ۷ قابل تقسیم است. اگر حاصل تفریق یکعدد بزرگ باشد عملیه فوق را تکرار نموده تا وقتیکه از حاصل تفریق یک عدد کوچک به دست آید. اگر این عدد بالای ۷ پوره قابل تقسیم باشد خود عدد هم بالای ۷ پوره قابل تقسیم است. اگر این عدد صفر باشد عدد داده شده نیز بر ۷ پوره قابل تقسیم است. مثلاً: ۲۰۳ بر ۷ پوره قابل تقسیم است، زیرا اگر ۳ حذف شود ۲۰ باقی میماند، اگر ۳ را در ۲ ضرب کنیم ۶ = ۳ × ۲ به دست می آید. اکنون اگر ۶ را از ۲۰ تفریق کنیم ۱۴ = ۶ − ۲۰ میشود. عدد ۱۴ که به دست آمده است بر ۷ پوره قابل تقسیم است، پس گفته میشود که عدد ۲۰۳ بر ۷ پوره قابل تقسیم است.

مثال : آیا عدد ۶۵۴۵ بر ۷ پوره قابل تقسیم است؟

عدد یکها یعنی ۵ را حذف کرده دو چند سازید. ۱۰ = ۲ × ۵ بعد از ۶۵۴ تفریق نمایید یعنی : ۶۴۴ = ۱۰ − ۶۵۴ به دست می‌آید. ۶۴۴ باز هم یکعدد بزرگ است اکنون ۴ یکها را حذف کرده دو چند نمایید. ۸ = ۲ × ۴ و آنرا از باقیمانده یعنی ۶۴ تفریق کنید. ۵۶ = ۸ − ۶۴

دیده میشود که ۵۶ بر ۷ پوره قابل تقسیم است، پس گفته میتوانیم که عدد ۶۵۴۵ بر ۷ پوره قابل تقسیم است.

فعالیت ها

سه عدد سه رقمی را بنویسید و آن عملیه را بالای آن تطبیق کنید که نشان دهندهٔ قابلیت تقسیم بر۷ میباشد.

دو عدد چهار رقمی را بنویسید که بر ۷ پوره تقسیم شوند.

قابلیت تقسیم بر ۹ :

هر عددیکه مجموع ارقام آن بر ۹ قابل تقسیم باشد آن عدد بر ۹ پوره قابل تقسیم است.

مثلاً عدد ۸۱۹۹ را در نظر میگیریم.

اولاً ارقام آنرا جمع مینماییم: ۲۷ = ۹ + ۹ + ۱ + ۸ از اینکه مجموع ارقام عدد ۸۱۹۹ یعنی ۲۷ بر ۹ پوره قابل تقسیم است، پس خود عدد نیز بر ۹ پوره قابل تقسیم است.

فعالیت

در اعداد ذیل آن اعداد یکه بر ۹ قابل تقسیم باشند وآن اعداد یکه بر(۹) قابل تقسیم نباشند به طور علیحده بنویسید.

۴۹۵ ، ۵۰۴ ، ۲۱۳ ، ۱۸۰۹ ، ۲۰۷ ، ۵۱۶ ، ۱۰۵ ، ۹۲۳ ، ۷۲۷ ، ۵۶۳ ، ۱۸۹۰۹ ، ۴۳۵ ، ۱۸۰۹ .

قابلیت تقسیم بر ۱۰ :

هر عددی که رقم مرتبهٔ یکهای آن صفر باشد آن عدد بر ۱۰ پوره قابل تقسیم است.

طور مثال: چون رقم مرتبه یکهای هر یک از اعداد ۲۱۰، ۵۰۰، ۳۲۰ و ۲۰ صفر است، پس هر کدام آنها بر ۱۰ پوره قابل تقسیم است.

فعالیت

سوالهای ذیل را شفاهی جواب دهید. (تمام شاگردان سهیم شوند.)

۴۵ ÷ ۵ = ? ، ۴۵ ÷ ۹ = ? ، ۱۵ ÷ ۵ = ? ، ۱۵ ÷ ۳ = ? ، ۷۰ ÷ ۱۰ = ?

۹۹ ÷ ۹ = ? ، ۱۰۰ ÷ ۱۰ = ? ، ۶۳ ÷ ۹ = ? ، ۶۳ ÷ ۷ = ? ، ۱۶ ÷ ۴ = ?

۹۹ ÷ ۳ = ? ، ۷۲ ÷ ۸ = ? ، ۵۶ ÷ ۸ = ? ، ۶۰ ÷ ۱۰ = ?

۹۰ ÷ ۱۰ = ? ، ۷۲ ÷ ۹ = ? ، ۸۱ ÷ ۹ = ?

قابلیت تقسیم بر ۱۱ :

اگر حاصل تفریق مجموع ارقام مرتبه های جفت و تاق یک عدد صفر و یاعددی باشد که بر ۱۱ پوره قابل تقسیم باشد، خود آن عدد هم بر ۱۱ قابل تقسیم است.

مثال ۱ : ۳۵۲ ، ۵ = ۲ + ۳ ، ۰ = ۵ – ۵ دیده میشود که حاصل تفریق صفر است. پس عدد ۳۵۲ بر ۱۱ پوره قابل تقسیم است.

مثال ۲ : عدد ۸۹۲۹۵۸ بر ۱۱ پوره قابل تقسیم است یا خیر؟

۲۶ = ۹ + ۹ + ۸ مجموع ارقام مرتبه های تاق.

۱۵ = ۸ + ۲ + ۵ مجموع ارقام مرتبه های جفت.

چون حاصل تفریق مجموع ارقام مرتبه های جفت و تاق: ۱۱ = ۱۵ – ۲۶ است،پس عدد ۸۹۲۹۵۸ بر عدد ۱۱ پوره قابل تقسیم است.

فعالیت

یک عدد سه رقمی مثلاً ۵۱۶ را به طور تکرار طوری بنویسید که عدد شش رقمی به دست آید. بعد آنرا اولاً بر ۷ تقسیم کرده می بینید که بر ۷ قابل تقسیم است. یعنی باقیمانده صفر است. ثانیاً همین خارج قسمت را بر ۱۱ تقسیم کنید ، باز هم بر ۱۱ پوره قابل تقسیم می شود یعنی باقیمانده صفر است. اکنون خارج قسمت آخر را بر ۱۳ تقسیم کنید، در این صورت نیز دیده می‌شود که باقیمانده صفر است و بگویید که خارج قسمت چند است؟ و همین کار را با یک عدد سه رقمی دیگر نیز امتحان کنید.

کار خانه گی: شاگردان۴ عدد را بنویسند که به ترتیب بالای ۷ ، ۹ ، ۱۰ و ۱۱ پوره قابل تقسیم باشند.

ســــــوالات

۱ . در هر یک از اعداد زیر به جای علامهٔ * کدام رقم را نوشته کنیم تا اعداد مـذکور بـر ۹ قابـل تقـسیم باشـند؟ ۳ * ۵ ، * ۷۱۴۲ ، ۹۸ * ، ۷ * ۴۱ ، ۱۳*۶۵ ، ۳۲۱ * ، ۷۵ *۶ ، *۱۴ ، ۹*۳۵ ، ۸*۱۲ ، ۷*۱۰۶ ، ۳ *۲۱۹۶۶۳ ، ۸*۷۷ ، ۹*۷۹ ، ۵*۸۸ ، ۹*۱۱۱ .

۲. کدام یک از اعداد زیر بر اعداد ۷ و ۱۱ قابل تقسیم است. و کدام آن قابـل تقسیم نیست؟

۵۱۷۳ ، ۱۶۱۷ ، ۸۳۱ ، ۵۶۸۵ ، ۳۴۳ ، ۷۱۵۲۸۹۳ ، ۱۲۳۴۲۱ ، ۱۲۳۲۱ ، ۱۳۱۳ .

۳. خانه های خالی زیر را پر کنید، یعنـی در جاهـای خـالی کلمـه هـایی را بنویسید که تعریف مربوط را تکمیل کند.

الف: اگر رقم ( ) حذف و دوچند این رقم حذف شده از ارقام بـاقی مانـده تفریق شود، اگر حاصل تفریق بر ( ) پوره تقسیم شود خود عدد هـم بـر ۷ پوره قابل تقسیم است.

ب : عددیکه ( ) ارقام آن بر ( ) قابل تقسیم باشد آن عدد بر ۹ پـوره قابل تقسیم است.

ج : هر عددی که رقم مرتبه ( ) آن ( ) باشد آن عـدد بـر ۱۰ پـوره قابل تقسیم است.

د : اگر حاصل تفریق مجموع ارقام مرتبه های ( ) و ( ) یک عدد صفر باشد آن عدد بر ۱۱ پوره قابل تقسیم است.

۴. آیا این اعداد بر ۷ قابل تقسیم اند یا خیر؟

۲۲۴ ، ۶۷۲ ، ۲۳۸ ، ۹۴۵ ، ۴۵۵ ، ۹۱۳۵ ، ۴۲۷۰

۵. آیا این اعداد بر ۱۱ قابل تقسیم اندیانه ؟

۶۹۳ ، ۵۸۷۴ ، ۵۵۱۱ ، ۸۲۹۰۷ ، ۹۸۹۲۳ ، ۸۷۵۶ ، ۹۳۹۲۹

کار خانه گی: اگر تمام سؤالات در صنف حل شده نتوانست ، شـاگردان باقیمانـدهٔ سوالها را در خانه حل نموده با خود بیاورند.

معرفی عدد های اولیه (ساده) و غیر اولیه (مرکب)

هدف: شاگردان بتوانند اعداد اولیه و غیر اولیه را شناخته و همچنان اعداد را به اجزای اولیهٔ آن تجزیه نمایند.

اریتوستنس Eratosthenes یکی از ریاضی دانها، منجمان و جغرافیه دانان معروف یونان باستان که در سالهای تقریباً ۲۷۳ – ۱۹۲ یعنی قبل از تولد حضرت مسیح زنده گی کرده است، عدد های طبیعی را به دو دستهٔ فرعی آن تقسیم نموده بود. در یکی از آنها عدد هایی را که به جز از یک و خودش به کدام عدد دیگر پوره تقسیم نشوند ترتیب کرده بود که این نوع عدد های طبیعی را به نام عدد های اولیه یا ساده یاد کرد. و نوع دوم آن را همان عدد های طبیعی که علاوه از خودشان و یک به کدام عدد دیگر نیز قابل تقسیم باشند، عدد های مرکب یا غیر اولیه یاد کرد.

بنا بر آن اریتوستنس عدد های اولیه را این طور تعریف کرد.

هر عددی که به جز از یک و خودش به کدام عدد دیگر پوره تقسیم نشود، عدد اولیه یا ساده نامیده میشود.

اریتوستنس در باره عدد (۱) چیزی نگفته بود، ولی بنابر تعریف، هر یک از عدد های ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ..... عدد های اولیه (ساده) اند. زیرا هیچ کدام از این عدد ها به جز از یک و خودشان به کدام عدد دیگر قابل تقسیم نیستند. بنابر آن هر یک از آنها یک عدد اولیه هستند.

به همین قسم عدد های غیر اولیه و یا مرکب را این چنین تعریف کرده میتوانیم.

هر عددی که بر علاوهٔ خودش و یک به کدام عدد دیگر نیز قابل تقسیم باشد، عدد غیر اولیه یا مرکب نامیده میشود.

هر یک از عدد های ۴، ۶، ۸، ۹، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ..... عدد های غیر اولیه اند، زیرا هر یکی از آنها بر علاوهٔ یک و خودش کم از کم به یک عدد دیگر نیز پوره قابل تقسیم است.

اگر دقت کنیم ۲ یگانه عدد جفت است که عدد اولیه نیز میباشد. به جز از ۲ دیگر تمام عدد های جفت عدد های غیر اولیه یا مرکب اند.

فعالیت

۱ . سه عدد دو رقمی را بنویسید که هر کدام عدد اولیه باشد.

۲. ۴ عدد دو رقمی که اعداد غیر اولیه یا مرکب باشند در کتابچه های تان بنویسید.

کارخانه گی: شاگردان هر کدام ۴ عدد اولیه دو رقمی و سه عدد غیر اولیه دو رقمی را در کتابچه ها یشان نوشته باخود بیاورند.

اجزای ضربی و تجزیه

۱- اجزای ضربی:

اگر یکعدد در عدد دیگر ضرب شود هر کدام از اعداد ضرب شونده را جزء ضربی حاصل ضرب گویند. و اعداد ضرب شونده را جمعاً به نام اجزای ضربی حاصل ضرب یاد مینمایند.

مثال۱: ۱۰ = ۲ × ۵

در این مثال اعداد ۲ و ۵ هر کدام به تنهایی جزء ضربی حاصل ضرب (۱۰) است. و هر دو عدد ۲ و ۵ را اجزای ضربی عدد (۱۰) گویند.

مثال ۲ : ۱۲ = ۲ × ۲ × ۳

مثال۳ : ۲۰ = ۲ × ۲ × ۵

در مثال های فوق اجزای ضربی عدد ۱۲ عبارت اند از ۲، ۲ و ۳ و اجزای ضربی عدد ۲۰ عبارت از عدد های ۲، ۲ و ۵ میباشند.

در مثالهای ۱، ۲ و ۳ هر یک از اعداد ۱۰، ۱۲، ۲۰ بالای هر یک از اجزای ضربی خود پوره قابل تقسیم اند.

فعالیت ها

۱. ۴ عدد دیگری را بنویسید که فقط ۲ و۳ اجزای ضربی آنها باشند.

۲. اجزای ضربی هر یک اعداد ۱۶ ، ۳۵ ، ۴۵ ، ۱۸ و ۲۵ را پیدا کنید.

کار خانه گی: شاگردان اجزای ضربی اعداد ۲۸ ، ۳۲ و ۱۴ را پیدا کرده با خود بیاورند.

۲ – تجزیه:

عملیه یی را که در آن یک عدد به شکل حاصل ضرب دو یا زیاده از دو عدد نوشته شده باشد تجزیه گفته میشود. مثلاً هر یک از اعداد ۱۰، ۱۵، ۱۲ و ۲۰ که به شکلهای ذیل نوشته شده اند:

$$۵ \times ۲ = ۱۰$$

$$۵ \times ۳ = ۱۵$$

$$۵ \times ۲ \times ۲ = ۲۰$$

$$۳ \times ۲ \times ۲ = ۱۲$$

گفته میشود که هر کدام از اعداد فوق الذکر به اجزای ضربی خود تجزیه شده اند.

فعالیت ها

۱. الف : اعداد ۲۹ ، ۹ ، ۱۶ ، ۳۱ ، ۲۱ ، ۱۴ ، ۱۷ ، ۱۵ ، ۱۳ را در کتابچه هایتان نقل کرده به دور آن عددها دایره بکشید که دارای یک جزء ضربی باشند.

ب : به دور آن اعداد مربع بکشید که دارای دو یا چندین جزء ضربی باشند.

سوالات

۱. تمام اعدادیرا بنویسید که ۱۷ بر آن ها پوره قابل تقسیم باشد.
۲. تمام اعدادیرا بنویسید که ۲۴ بر آن ها پوره قابل تقسیم باشد.
۳. آیا ۱۱ بر ۱۱ پوره قابل تقسیم است. بگویید دیگر به کدام عدد قابل تقسیم است؟
٤. آیا کدام عدد اولیه پیدا کرده میتوانید که بر سه عدد پوره قابل تقسیم باشد؟
٥. ۴ عدد دیگری بنویسید که هر کدام غیر از خود و یک به دیگر عدد پوره قابل تقسیم باشد.
٦. در اعداد زیر عدد های اولیه(ساده) و اعداد غیر اولیه (مرکب) را علیحده ، علیحده جدول کنید.

۱۰۱ ، ۱۲۱ ، ۲۵۳ ، ۴۰۹ ، ۵۶۳ ، ۸۶۳ ، ۹۷۷

۷. آیا حاصل ضرب دو عدد اولیه:

الف : یک عدد اولیه بوده میتواند؟

ب : یک عدد مرکب شده میتواند؟

۳ – تجزیه به اعداد اولیه:

یک عدد را به اشکال مختلف به اجزای ضربی آن تجزیه کرده می‌توانیم. مثلاً عدد ۳۶ را در نظر می‌گیریم.

۱- ۳۶ = ۳۶ × ۱

۲- ۳۶ = ۱۲ × ۳

۳- ۳۶ = ۶ × ۶

۴- ۳۶ = ۱۸ × ۲

۵- ۳۶ = ۴ × ۹

۶- ۳۶ = ۹ × ۲ × ۲

۷- ۳۶ = ۳ × ۳ × ۲ × ۲

در طریقه های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ دیده میشود که در اجزای ضربی عدد ۳۶ اعداد غیر اولیه یا مرکب شامل اند، اما در طریقه (۷) در اجزای ضربی عدد ۳۶ کدام عدد غیر اولیه شامل نیست، بلکه همه اجزای ضربی آن اعداد اولیه اند. طریقهٔ (۷) را تجزیه به اعداد اولیه گویند. بنا بر آن تجزیه یک عدد به اجزای ضربی اولیه را تجزیه به اعداد اولیه میگویند.

فعالیت ها

۱. تمام آن اعداد دو رقمی را بنویسید که:

الف : اجزای ضربی آن دو جزء مساوی داشته باشد.

ب : اجزای ضربی آن سه جزء مساوی داشته باشد.

ج : آن عدد را پیدا کنید که اجزای ضربی آن اعداد اولیه ۱ ، ۳ و ۵ باشد.

کار خانه گی: اعداد ۹ ، ۱۵ و ۲۱ را به اعداد اولیه تجزیه کرده با خود بیاورید.

طریقهٔ تجزیهٔ یک عدد به اعداد اولیه

هدف: شاگردان بتوانند طریق تجزیهٔ یک عدد را به اعداد اولیه بدانند.

عددی را که میخواهیم به اعداد اولیه تجزیه نماییم اولاً نوشته کرده و به طرف چپ آن یک خط عمود رسم میکنیم. بعد قابلیت تقسیم را به ترتیب بالای اعداد اولیه ۲، ۳، ۵، ۷ ،..... و غیره تطبیق میکنیم، یعنی اول می بینیم که عدد داده شده به کوچکترین عدد اولیه یعنی ۲ قابل تقسیم است یانه؟

اگر به عدد (۲) پوره قابل تقسیم بود در آنصورت عدد ۲ را به طرف چپ خط عمود نوشته و عدد داده شده را تقسیم (۲) کرده حاصل تقسیم را به زیر خودش می نویسیم. اگر این خارج قسمت باز هم بر ۲ قابل تقسیم بود عملیه تقسیم را تا جایی ادامه میدهیم، که دیگر بر عدد ۲ پوره قابل تقسیم نباشد. اکنون خارج قسمت به دست آمده را به دومین عدد اولیه یعنی ۳ تقسیم می نماییم که پوره قابل تقسیم است یا نه ؟

در صورت تقسیم شدن، عملیه تقسیم را مانند عدد (۲) تا وقتی ادامه میدهیم که دیگر بر عدد ۳ پوره تقسیم نشود. و به همین ترتیب عملیه را بالای اعداد اولیه ۵، ۷، ۱۱ ،.... و غیره ادامه میدهیم تا آخرین حاصل تقسیم در ستون عدد داده شده مساوی به یک گردد. همین اعداد که به طرف چپ خط عمود نوشته شده اند اجزای ضربی اولیه عدد داده شده می‌باشند.

۲	۹۰
۳	۴۵
۳	۱۵
۵	۵
	۱

مثال ۱ : میخواهیم که عدد (۹۰) را بـه اجـزای ضـربی اعداد اولیه آن تجزیه نماییم.

حل: عدد ۹۰ بر اولین عـدد اولیـه یعنـی ۲ پـوره قابـل تقسیم است. پس عدد ۲ را به طرف چپ خط عمـود در مقابل عدد ۹۰ نوشته و عملیه تقسیم را انجام میـدهیم. خارج قسمت را طرف راست که عدد ۴۵ است آنـرا زیـر ۹۰ می نویسیم. عدد ۴۵ بار دیگر به عدد ۲ پـوره قابـل تقسیم نیست، لیکن بر دو مین عدد اولیه یعنی ۳ پـوره قابل تقسیم است و حاصل تقسیم عدد ۱۵ میـشود کـه عدد ۱۵ باز هم بـر عـدد ۳ پـوره قابـل تقـسیم بـوده و حاصل تقسیم آن عدد ۵ میشود. عدد ۵ دیگر بر عدد ۳ پوره قابل تقسیم نیست. حالا بر سومین عدد اولیه یعنی ۵ پوره قابل تقسیم میباشد که خارج قـسمت آن عـدد (۱) شده و عملیه تجزیه به پایان میرسد. در نتیجه عدد های اولیه ۲، ۳، ۳ و ۵ اجزای ضـربی اولیـه عـدد (۹۰) میباشند. یعنی:

$$۲ \times ۳ \times ۳ \times ۵ = ۹۰$$

مثال ۲ : عدد ۵۰۴ را به اعداد اولیه تجزیه می نماییم.

۲	۵۰۴
۲	۲۵۲
۲	۱۲۶
۳	۶۳
۳	۲۱
۷	۷
	۱

۵۰۴ = ۲ × ۲× ۲ × ۳ × ۳ × ۷

مثال ۳ : میخواهیم عدد ۱۴۴ را به اعداد اولیه تجزیه کنیم.

۲	۱۴۴
۲	۷۲
۲	۳۶
۲	۱۸
۳	۹
۳	۳
	۱

۱۴۴ = ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۳ × ۳

مثال ۴ : عدد ۳۶۰ را به اعداد اولیه چنین تجزیه میکنیم.

۳۶۰	۲
۱۸۰	۲
۹۰	۲
۴۵	۳
۱۵	۳
۵	۵
۱	

$$۳۶۰ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۵$$

فعالیت ها

جدول زیر را در کتابچه های تان نقل کرده، اجزای ضربی عدد اولیهٔ هر یک را از کوچکترین به بزرگترین بنویسید. مانند اینکه ۴۵ ذیلاً تجزیه شده است.

عدد	تجزیه به اعداد اولیه						
۴۵		۳	۳	۵			
۵۶							
۴۸							
۳۰							

سوالات:

۱. عدد ۱۲۶۰۰ را به اعداد اولیه آن تجزیه نمایید.
۲. عدد ۳۶۰۰ را به اعداد اولیه آن تجزیه نمایید.
۳. عدد ۷۵۰ را به اعداد اولیه آن تجزیه نمایید.
۴. عدد های ۵۰۰۵ ، ۳۳۳۳۳ و ۱۸۲ را به اعداد اولیه تجزیه کنید وآن عدد های اولیه را که اجزای مشترک دارند، لست کنید.

طاقت و طاقت نما

هدف: شاگردان مفهوم طاقت و طاقت نما را فهمیده و در محاسبات از آن ها استفاده به عمل آورند

مساوات ذیل را در نظر بگیرید.

۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ = ۱۲

۴+ ۴ + ۴ + ۴ = ۱۶

۳ + ۳ + ۳ + ۳ = ۱۲

۵+ ۵ + ۵ + ۵ + ۵ + ۵ + ۵ = ۳۵

---

۳ × ۳ = ۹

۵× ۵ × ۵ × ۵ = ۶۲۵

۱۱ × ۱۱ × ۱۱ = ۱۳۳۱

شاگردان عزیز بگویید که آیا برای نشان دادن و نوشتن مساوات فوق کدام طریقهٔ کوتاه تر وجود دارد؟

به یاد شاگردان خواهد بود که:

کوتاه ترین طریقه جمع کردن اعداد مساوی عبارت از ضرب است.

یعنی:

۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ = ۶ × ۲

۴ + ۴ + ۴ + ۴ = ۴ × ۴

۳ + ۳ + ۳ + ۳ = ۴ × ۳

۵ + ۵ + ۵ + ۵ + ۵ + ۵ + ۵ = ۷ × ۵

شما دیدید که اجزای مساوی جمع به عملیه ضرب خلاصه شد. آیا برای دریافت حاصل ضرب، عامل های ضربی را که باهم مساوی باشند به کدام طریقه دیگر نوشته کرده میتوانیم؟

بلی! برای آسان شدن محاسبه افاده هایی مانند ۳ × ۳ را به صورت $۳^۲$ مـی نویـسیم و آن را میخوانیم ۳ به طاقت نما یا توان ۲ .

بـه همـین ترتیـب $۵^۴$ = ۵ × ۵ × ۵ × ۵، را میخـوانیم ۵ بـه طاقـت نمـای ۴ و $۱۱^۳$= ۱۱ × ۱۱ × ۱۱ را میخوانیم ۱۱ به طاقت نما یا توان ۳ یعنی:

$$۳^۲ = ۹$$

$$۵^۴ = ۶۲۵$$

$$۱۱^۳ = ۱۳۳۱$$

به این ترتیب برای ضرب کردن اعداد مساوی هم یک طریقه کوتاه را به دست آوردیم که آنرا ذیلاً تعریف میکنیم:

کوتاه ترین طریقهٔ نشان دادن حاصل ضرب تکراری یک عدد را طاقـت (Power) می نامند.

مثلاً : ۳ × ۳ = $۳^۲$ یک طاقت عدد ۳ است.

به همین قسم ۵ × ۵ × ۵ × ۵ = $۵^۴$ و ۱۱ × ۱۱ × ۱۱ = $۱۱^۳$ نیز طاقت هـای اعـداد ۵ و ۱۱ انـد، کـه در $۳^۲$، (۳)را قاعـده (Base) و عـدد ۲ را طاقـت نمـا یـا تـوان (Exponent) میگویند و خود ($۳^۲$) را طاقت دوم ۳ یـا ۳ مربـع مـی‌گوینـد و آنـرا می‌خوانند ۳ به طاقت نما یا توان ۲. به صورت خلاصه (۳ به طاقت نمای ۲)، طاقـت نما یا توان نشان میدهد که قاعده چند مرتبه در نفس خود ضرب شده است. مـثلاً: $۵^۸$ نشان می‌دهد که ۵ هشت مرتبه با خودش ضرب شده است.

$$۵^۸ = ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵$$

به همین ترتیب $۱۰^۶$ و $۱۵^{۴۵}$نشان می‌دهند که ۱۰ شش مرتبـه بـه خـودش ضـرب شده است و ۱۵، ۴۵ مرتبه به خودش ضرب شده است.

فعالیت ها

۱. در $(۲)^{۱۰}$ ، $(۱۰)^{۲}$ ، $(۵)^{۷}$ و $(۲۵)^{۶}$ طاقت نما ، قاعده و طاقت را نشان دهید.

۲. $(۸)^{۱۰}$ را به یک طریقه دیگری بنویسید.

۳. نتیجه آخری $(۸)^{۳}$را به دست آورید.

٤. عدد های زیر را خوانده و حساب کنید.

$(۴)^{۳} = ?$ ، $(۱۲)^{۲} = ?$ ، $(۱)^{۲} = ?$ ، $(۱۰)^{۳} = ?$

کار خانه گی: شاگردان طاقتهای $(۸)^{۵}$ ، $(۶)^{۷}$ ، $(۱۲)^{۴}$ و $(۲۵)^{۲}$را به شکل ضرب در کتابچه های خویش نوشته با خود بیاورند.

سوالات:

۱. آن اعداد اولیه را بنویسید که حاصل ضرب شان ۱۸ باشد.

۲. اگر عدد ۳ یک جزء ضربی و عدد ۷ جزء ضربی دیگر یک عدد باشد آن عدد چند است؟

۳. آیا چنین یک مستطیل و جود دارد که اضلاع آن اعداد طبیعی و محیط آن عدد اولیه باشد؟

۴. کدام یک از جمله های ذیل صحیح و کدام یک آن غلط است؟ هر جمله صحیح را توسط علامهٔ (✓) و هر جمله غلط ر ا توسط علامهٔ (✗) در کتابچه های خود نشان دهید.

الف: عدد ۲۹ یک عدد اولیه است.

ب : هر عدد اولیه از ۱ بزرگتر است.

ج : اگر یک عدد جفت باشد عدد اولیه نیست.

د : (۱) عدد اولیه نیست.

ها : هر عدد کم از کم یک جزء ضربی اولیه دارد.

ح : $(۷)^{۳}$ نشان میدهد که سه مرتبه با خودش ضرب شود.

ط: $(۴)^{۶}$نشان میدهد که ۶ چهار مرتبه با خودش ضرب شود.

۵ . در صورتیکه طول یک ضلع مربع ۳ سانتی متر باشد ، مساحت آن مساوی به ۹ سانتی متر مربع = ۳ × ۳ است. آیا مساحت مربع را با طول یک ضلع به توان ۲ نشان داده میتوانیم؟

۶. میدانیم که ۳ × ۳ × ۳ = $(۳)^{۳}$ و ۵ × ۵ = $(۵)^{۲}$ و ۲ × ۲ × ۲ × ۲ = $(۲)^{۴}$ است. پس بگویید که ? = $(۵)^{۱}$? = $(۴)^{۱}$ و ? = $(۷)^{۱}$ است؟

۷. با نتیجه گیری از سوال بالا گفته میتوانیم که: هر عدد به طاقت نمای یک، عبارت از خود همان عدد است.

۸. افاده های ذیل را به شکل طاقت بنویسید.

۴ × ۴ × ۴ × ۴ = ?

۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۲ = ?

۱۳ × ۱۳ × ۱۳ × ۱۳ = ?

۲۲ × ۲۲ × ۲۲ × ۲۲ × ۲۲ = ?

۲۰۱ × ۲۰۱ × ۲۰۱ = ?

۱۰۰ × ۱۰۰ × ۱۰۰ = ?

۹. طاقت های ذیل را به شکل ضرب بنویسید.

$(۱۰۲)^{۸}$ = ?

$(۶۷)^{۵}$ = ?

$(۲۷)^{۴}$ = ?

$(۴۶۷۸)^{۵}$ = ?

$(۱۱۲)^{۷}$ = ?

فصل دوم

کسر های عام و اعشاری

کسرعام

هدف: شاگردان مفهوم کسر عام را بدانند و اعمال اربعه را در آن اجراء کرده بتوانند.

شاگردان عزیز شما میدانید که هرگاه یک واحد به چند حصهٔ مساوی تقسیم شده‌واز آن یک یا چند حصه گرفته شود عددیکه نمایش آنرا میدهد کسر عام است.

عددی که تعداد حصه های یک شی قسمت شده را نشان میدهد، مخرج کسر و عددی که قسمت گرفته شده را نشان میدهد صورت کسر نامیده می‌شود.

بین صورت و مخرج خطی کشیده میشود که خط کسری نام دارد و صورت را از مخرج جدا میکند مانند: $\frac{\text{صورت}}{\text{مخرج}}$

عدد کسری: مجموعه یک کسر و یک عدد صحیح است مانند: $۱۵\frac{۲۶}{۳۷}$

غیر واجب کردن کسر: برای غیر واجب کردن یک کسر عدد صحیح را در مخرج کسر ضرب کرده با صورت جمع کنید و حاصل را بر مخرج بنویسید.

مثلاً: $\frac{۱۹}{۷} = \frac{۱۴+۵}{۷} = \frac{۲\times۷+۵}{۷} = ۲\frac{۵}{۷}$

تصحیح کسر: اگر صورت کسر زیاده از مخرج کسر باشد صورت را بر مخرج تقسیم کنید در این صورت خارج قسمت عدد صحیح و با قیماندهٔ تقسیم صورت کسر است. مثلاً:

$\frac{۲۷}{۴} = ?$

$$\begin{array}{r|l} ۲۷ & ۴ \\ \hline -۲۴ & ۶ \\ \hline ۳ & \end{array} \Rightarrow ۶\frac{۳}{۴}$$

تجنیس کسر (هم مخرج کردن کسر):

هرگاه صورت و مخرج یک کسر به یک عدد ضرب یا تقسیم گردد در قیمت کسر کدام تغییر واقع نمی‌شود. از این جهت می‌توان صورت و مخرج کسر را کوچک

یا بزرگ ساخت، یا به عبارت دیگر می‌توان کسرها را اختصار کرد یا آنها را هم جنس ساخت. اگر دو یا چند کسر دارای مخرجهای مساوی باشند آن کسرها در اصطلاح هم جنس گفته میشوند.

طریق تجنیس کسر:

برای تجنیس دو و یا چند کسر صورت و مخرج هر کسر را ضرب مخرج های کسرهای دیگر و حاصل ضرب صورت را بر حاصل ضرب مخرج های کسر ها مینویسیم. مثلاً: کسرهای $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۴}{۵}$ مساوی اند به $\frac{۵\times۲}{۵\times۳}$ و $\frac{۳\times۴}{۳\times۵}$ که $\frac{۵\times۲}{۵\times۳}$ مساوی به $\frac{۱۰}{۱۵}$ و $\frac{۳\times۴}{۳\times۵}=\frac{۱۲}{۱۵}$ میشود. به همین قسم $\frac{۳}{۷}$، $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۵}{۶}$ مساوی اند به.

$$\frac{۳}{۷}=\frac{۳\times۶\times۵}{۷\times۶\times۵}=\frac{۹۰}{۲۱۰}$$

$$\frac{۲}{۵}=\frac{۲\times۷\times۶}{۵\times۷\times۶}=\frac{۸۴}{۲۱۰}$$

$$\frac{۵}{۶}=\frac{۵\times۵\times۷}{۶\times۵\times۷}=\frac{۱۷۵}{۲۱۰}$$

در نتیجه، کسرهای $\frac{۹۰}{۲۱۰}$ ، $\frac{۸۴}{۲۱۰}$ و $\frac{۱۷۵}{۲۱۰}$ را در اصطلاح ریاضی کسر های همجنس میگویند.

اختصار کسر:

اگر صورت و مخرج یک کسر همزمان به یک عدد پوره قابل تقسیم باشد هر یک از صورت و مخرج همان کسر را به عدد مذکور تقسیم میکنیم. کسر جدیدی که حاصل میشود. در اصل مساوی به کسر اول است، ولی در ظاهرکوچک تر از آن به نظر می آید. این یک حقیقت است که: هر گاه صورت و مخرج کسر به یک عدد ضرب و یا تقسیم گردد قیمت کسر تغییر نمی‌کند. $\frac{۳۰}{۴۲}=\frac{۵\times۶}{۷\times۶}=\frac{۵}{۷}$

دراین مثال صورت و مخرج کسر هر دو، در عدد (۶) ضرب شده است. کسر $\frac{۳۰}{۴۲}$ که حاصل شده است در حقیقت کسر معادل کسر $\frac{۵}{۷}$ میباشد یعنی:

$\frac{۳۰}{۴۲} = \frac{۵}{۷}$ است. در اختصار کسر $\frac{۳۰}{۴۲}$ دیده میشود که هرکدام صورت و مخرج کسر مذکور بالای عدد (۶) قابل تقسیم اند، پس بالای آن دو عدد خط باریک که علامت حذف کردن است کشیده خارج قسمت عدد های ۳۰ و ۴۲ که به ترتیب ۵، ۷ از ۱، بالای شان مینویسیم. یعنی:

$$\frac{\overset{۵}{\cancel{۳۰}}}{\underset{۷}{\cancel{۴۲}}} = \frac{۵}{۷}$$

بعضی اوقات عملیهٔ اختصار چندین مرتبه تکرار می‌شود.

طور مثال، می‌خواهیم $\frac{۴۲۰}{۵۴۰}$ را اختصار کنیم.

$$\frac{\overset{۷}{\cancel{\overset{۲۱}{\cancel{۴۲}}}}}{\underset{۹}{\cancel{\underset{۲۷}{\cancel{۵۴}}}}} = \frac{۷}{۹}$$

اولاً صفر صورت و مخرج کسر را حذف می‌کنیم:

حالا عملیه اختصار را به آسانی انجام داده می‌توانیم.

$$\frac{۴۲\cancel{۰}}{۵۴\cancel{۰}} = \frac{\overset{۷}{\cancel{\overset{۲۱}{\cancel{۴۲}}}}}{\underset{۹}{\cancel{\underset{۲۷}{\cancel{۵۴}}}}} = \frac{۷}{۹}$$

بعد از چندین مرتبه اختصار $\frac{۴۲۰}{۵۴۰} = \frac{۴۲}{۵۴} = \frac{۲۱}{۲۷} = \frac{۷}{۹}$ می‌شود.

فعالیت

کسر های ذیل را اختصار کنید.

$\frac{۷۰}{۸۵}$ ، $\frac{۴۲}{۶۳}$ ، $\frac{۱۰۲}{۴۵۳}$ ، $\frac{۱۲۱}{۲۵۳}$ ، $\frac{۳۱۵}{۶۷۲}$ ، $\frac{۷۰۸}{۹۴۲}$

مقایسه کردن کسرها:

برای مقایسه نمودن کوچکی و بزرگی چند کسر سه حالت خـاص کـسرها را در نظر داشته باشید.

۱. اگر مخرجها مساوی و صورتها مختلف باشند، هر کسری که صورتش بزرگتـر است همان کسر بزرگ است. مثلاً در کسرهای : $\frac{۷}{۸}$ و $\frac{۵}{۸}$ معلوم است که $\frac{۷}{۸}$ بزرگتر از $\frac{۵}{۸}$ است. زیرا ۵ < ۷ است .

۲. اگر مخرج ها مختلف و صورتها مساوی باشـند، هـر کـسریکه کـه مخـرجش بزرگتر است همان کسر کوچکتر است.

مثلاً در دو کسر $\frac{۱۲}{۹}$ و $\frac{۱۲}{۷}$، کسر $\frac{۱۲}{۹}$ کوچکتر از کسر $\frac{۱۲}{۷}$ است.

۳. اگر صورتها و مخرج ها مختلف باشند، اولاً آنها را تجنیس (مخرج و صـورت کـسر اولی را ضرب مخرج کسر دومی و همچنان صورت و مخرج کسر دومـی را ضـرب مخرج کسر اولی میکنیم.) و بعد از آن مثل حالت اول و یا دوم مقایسه میکنیم.

مثلاً: کسر $\frac{۵}{۷}$ و $\frac{۲}{۳}$ را مقایسه میکنیم.

$$\frac{۲}{۳} = \frac{۲ \times ۷}{۳ \times ۷} = \frac{۱۴}{۲۱} \quad \frac{۱۵}{۲۱} > \frac{۱۴}{۲۱}$$

$$\frac{۵}{۷} = \frac{۵ \times ۳}{۷ \times ۳} = \frac{۱۵}{۲۱} \quad \frac{۵}{۷} > \frac{۲}{۳}$$

در دو کسر فوق صورت ها و مخرجها مختلف اند، پس آنها را توسط تجنیس هم مخرج کرده مانند حالت اول عمل و مقایسه میکنیم. بناءً

یاد داشت:

هر کسر ممکن به یکی از سه شکل ذیل واقع گردد:

۱. یا کسر از واحد کمتر است مثلاً $\frac{۹}{۱۱}$ خورد تر از واحد است.

۲. یا صورت کسر بزرگتر از مخرج کسر میباشـد مثـل کـسر غیـر واجـب شـدهٔ $\frac{۵}{۳} = ۱\frac{۲}{۳}$، که کسر مذکور از واحد بزرگتر است.

۳. یا صورت و مخرج کسر باهم مساوی مـی باشـند. کـه در ایـن صـورت کـسر مـذکور مساوی به واحداست. مثلاً: $\frac{۸}{۸} = ۱$

سوالات:

۱- یک چهارم یک افغانی چند پول است؟

۲- یک ثانیه چندم حصه یک ساعت است؟

۳ - یک سانتی متر کدام حصه یک کیلومتراست؟

۴- در بین کسرهای ذیل کدام یک بزرگتر و کدام یک کوچکتر است؟

$\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۳}{۴}$ ، $\frac{۱۱}{۲۵}$ و $\frac{۷}{۱۱}$ ، $\frac{۷}{۹}$ و $\frac{۷}{۱۱}$ ، $\frac{۵}{۸}$ و $\frac{۷}{۸}$

۵- بعد از تجنیس کردن کسرهای ذیل را مقایسه کنید.

$\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۴}{۷}$ و $\frac{۳}{۷}$ را ، $\frac{۵}{۶}$ و $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۱}{۲}$ را

$\frac{۵}{۶}$ و $\frac{۳}{۵}$ و $\frac{۴}{۷}$ را ، $\frac{۱}{۸}$ و $\frac{۹}{۱۰}$ و $\frac{۴}{۵}$ را

۶ - جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید تا مساوات را صحیح بسازد.

$\frac{۲}{۳} = \frac{۴}{\square}$ ، $\frac{۷}{۱۱} = \frac{\square}{۴۴}$ ، $\frac{۱۰۵}{\square} = \frac{۳}{۵}$ ، $\frac{۵}{۷} = \frac{\square}{۷۰۰}$

۷- اعداد صحیح را پیدا کنید یا (کسر های ذیل را تصحیح کنید.)

$\frac{۷}{۲}$ ، $\frac{۲۴}{۵}$ ، $\frac{۹۵}{۱۵}$ ، $\frac{۲۴۶}{۱۱}$ ، $\frac{۳۴۵}{۴}$ ، $\frac{۱۰۷}{۸}$ ، $\frac{۱۷۰}{۹}$ ، $\frac{۸۹۸}{۱۲}$

کار خانه گی: اعداد $۴\frac{۷}{۹}$ و $۳\frac{۵}{۷}$ و هم چنان $۴\frac{۳}{۷}$ و $۵\frac{۱}{۲}$ را غیر واجب کرده بعداً با هم مقایسه نمایید.

جمع و تفریق کسر عام

در جمع و تفریق کسر عام اولاً کسرها را هم مخرج ساخته بعد صورت ها را جمع ویا تفریق کرده و بر یک مخرج مینویسیم.

مثلاً:

$$\frac{۳}{۴} + \frac{۲}{۳} + \frac{۱}{۵} = \frac{۴۵}{۶۰} + \frac{۴۰}{۶۰} + \frac{۱۲}{۶۰} = \frac{۹۷}{۶۰}$$

$$\frac{۷}{۸} - \frac{۴}{۵} = \frac{۳۵}{۴۰} - \frac{۳۲}{۴۰} = \frac{۳}{۴۰}$$

در جمع و تفریق اعداد کسری اعداد صحیح و کسری را جدا، جدا میتوانید جمع یا تفریق کنید. مثلاً:

۱-

$$۲\frac{۳}{۵} + ۵\frac{۷}{۸} + ۶\frac{۵}{۹} = (۲+۵+۶) + \frac{۳}{۵} + \frac{۷}{۸} + \frac{۵}{۹}$$

$$= ۱۳ + \frac{۳}{۵} + \frac{۷}{۸} + \frac{۵}{۹} = ۱۳ + \frac{۲۱۶ + ۳۱۵ + ۲۰۰}{۳۶۰}$$

$$= ۱۳ + \frac{۷۳۱}{۳۶۰} = ۱۳ + ۲\frac{۱۱}{۳۶۰} = ۱۵\frac{۱۱}{۳۶۰}$$

۲-

$$۹\frac{۱۲}{۱۳} - ۵\frac{۷}{۹} = (۹-۵) + (\frac{۱۲}{۱۳} - \frac{۷}{۹}) = ۴ + \frac{۱۰۸ - ۹۱}{۱۱۷} = ۴\frac{۱۷}{۱۱۷}$$

و همچنان:

$$۶\frac{۵}{۹} - ۴ = ۲\frac{۵}{۹}$$

هر گاه در تفریق دو کسر، کسر مفروق بزرگتر از مفروق منـه باشـد، در ایـن حالـت یک واحد را از قسمت صحیح قرض بگیرید و یا کسر را غیر واجب کنید. اگر مفروق عدد صحیح باشد یک واحد آنرا مثل کسر، کسر ساخته بعد تفریق کنید.

مثلاً:

$$۹\frac{۳}{۸} - ۴\frac{۵}{۶} = ۸ + (\frac{۸}{۸} + \frac{۳}{۸}) - ۴\frac{۵}{۶} = ۸ + \frac{۱۱}{۸} - ۴\frac{۵}{۶}$$

$$= ۸ - ۴ + (\frac{۱۱}{۸} - \frac{۵}{۶}) = ۴ + (\frac{۶۶ - ۴۰}{۴۸}) = ۴\frac{۲۶}{۴۸}$$

بعد از اختصار داریم که:

$$= ۴\frac{\overset{۱۳}{\cancel{۲۶}}}{\underset{۲۴}{\cancel{۴۸}}} = ۴\frac{۱۳}{۲۴}$$

یا:

$$۱۲ - ۷\frac{۴۵}{۵۳} = ۱۱ + \frac{۵۳}{۵۳} = ۱۱\frac{۵۳}{۵۳} - ۷\frac{۴۵}{۵۳} = ۴\frac{۸}{۵۳}$$

در یک سلسله جمع و تفریق کسرها بایـد اعـداد جمـع شـدنی و تفریـق شـدنی را جداجدا با هم جمع و بعد مجموعه ها را از هم تفریق کنید. مثلاً:

$$\frac{۴}{۵} + \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۲} + \frac{۵}{۶} - \frac{۲}{۳} = ?$$

$$\frac{۵۷۶}{۷۲۰} + \frac{۵۴۰}{۷۲۰} - \frac{۳۶۰}{۷۲۰} + \frac{۶۰۰}{۷۲۰} - \frac{۴۸۰}{۷۲۰} = ?$$

یاد داشت: در مثال $۹\frac{۳}{۸} - ۴\frac{۵}{۶}$ عدد ۹ را به $۸ + \frac{۸}{۸}$ عوض نموده ایم تا $\frac{۸}{۸}$ به حیث واحد یعنی (۱) با کسر $\frac{۱}{۸}$ جمع شود.

$$= \frac{۵۷۶}{۷۲۰} + \frac{۵۴۰}{۷۲۰} + \frac{۶۰۰}{۷۲۰} - \frac{۳۶۰}{۷۲۰} - \frac{۴۸۰}{۷۲۰}$$

$$= \frac{۱۷۱۶}{۷۲۰} - \frac{۸۴۰}{۷۲۰} = \frac{۸۷۶}{۷۲۰} = \frac{۲۱۹}{۱۸۰} = \frac{۷۳}{۶۰}$$

و یا :

$$۲\frac{۷}{۸} - ۳\frac{۴}{۵} + ۴\frac{۱}{۲} = ?$$

حاصل ضرب مخرجها را به حیث مخرج مشترک انتخاب میکنیم، که عبارت از (۸۰ = ۸ × ۵ × ۲) است. و مخرج مشترک را تقسیم هر کدام مخرجها نموده و نتیجه را ضرب صورتها مینماییم و در صورت هرکدام کسر ها مینویسیم و عملیه را مرحله به مرحله پیش می‌بریم.

$$= ۲\frac{۷۰}{۸۰} - ۳\frac{۶۴}{۸۰} + ۴\frac{۴۰}{۸۰}$$

$$= ۲\frac{۷۰}{۸۰} + ۴\frac{۴۰}{۸۰} - ۳\frac{۶۴}{۸۰}$$

$$= ۶\frac{۱۱۰}{۸۰} - ۳\frac{۶۴}{۸۰} = ۳\frac{\overset{۲۳}{\cancel{۴۶}}}{\underset{۴۰}{\cancel{۸۰}}} = ۳\frac{۲۳}{۴۰}$$

فعالیت ها

جمع و تفریق کنید.

$$۴\frac{۱}{۴} + ۲\frac{۱}{۲} = ?$$

$$۳\frac{۷}{۸} - ۱\frac{۳}{۸} = ?$$

$$\frac{۸}{۹} - ۱\frac{۳}{۴} + ۱۰\frac{۵}{۶} - \frac{۱}{۲} + ۳ = ?$$

تمرینات:

۱. شخصی $\frac{۳}{۸}$ حصهٔ پول خود را سودا خرید. معلوم کنید کدام کسری از پولش باقیمانده است؟

۲. مسافه بین دو شهر ۱۶ کیلو متر است و مسافری $\frac{۳}{۸}$ آنرا طی کرده است. چه مسافتی برایش مانده است؟

۳. دهقانی نصف زمین خویش را به روز اول و چهارم حصهٔ آن را به روز دوم آبیاری نموده است. معلوم کنید که چندم حصه زمین مذکور آبیاری شده و چندم حصه آن آبیاری نشده است.

کار خانه گی:

سوال ذیل را در خانه حل کرده با خود بیاورید.

$$\frac{۹}{۱۲} + ۲\frac{۳}{۸} - ۱\frac{۲}{۳} + ۵\frac{۳}{۸} - ۲\frac{۱}{۵} + ۳\frac{۱}{۴} = ?$$

ضرب و تقسیم کسر عام

ضرب کسر:

برای ضرب کردن یک کسر در کسر دیگر نخست کسرها را غیر واجب بسازید. و بعد عمل ضرب را انجام دهید یعنی صورتها را با صورتها و مخرجها را با مخرج ها ضرب دهید.

هرگاه صورت و مخرج یک کسر با کسر دیگر قابل اختصار باشد آنها را اختصار کنید. بعد حاصل ضرب را بر حاصل ضرب مخرجها بنویسید. مثلاً:

$$۳\frac{۵}{۶} \times ۲\frac{۱۰}{۱۳} = \frac{۲۳}{\cancel{۶}_{۱}} \times \frac{\cancel{۳۶}^{۶}}{۱۳} = \frac{۲۳\times۶}{۱\times۱۳} = \frac{۱۳۸}{۱۳} = ۱۰\frac{۸}{۱۳}$$

$$۲۵\times۲\frac{۷}{۳۵} = \frac{\cancel{۲۵}^{۵}}{۱} \times \frac{\cancel{۷۷}^{۱۱}}{\cancel{۳۵}_{\cancel{۷}_{۱}}} = \frac{۵\times۱۱}{۱\times۱} = ۵\times۱۱ = ۵۵$$

تقسیم کسر:

برای تقسیم یک کسر بر کسر دیگر مقسوم علیه را معکوس سازید. بعد از آن مانند عملیه ضرب صورتها را با صورتها و مخرجها را با مخرجها ضرب کنید مانند مثال های ذیل.

۱-

$$\frac{۷}{۸} \div \frac{۱}{۴} = \frac{۷}{\cancel{۸}_{۲}} \times \frac{\cancel{۴}^{۱}}{۱} = \frac{۷\times۱}{۲\times۱} = \frac{۷}{۲} = ۳\frac{۱}{۲}$$

۲-

$$۲\frac{۳}{۵} \div ۶\frac{۷}{۸} = \frac{۱۳}{۵} \div \frac{۵۵}{۸} = \frac{۱۳}{۵} \times \frac{۸}{۵۵} = \frac{۱۳\times۸}{۵\times۵۵}$$

$$= \frac{۱۰۴}{۲۷۵}$$

فعالیت ها

حاصل ضرب و حاصل تقسیم عملیه های ذیل را دریافت کنید.

$$۲\frac{۹}{۱۰} \times ۳\frac{۲۶}{۲۹} \times ۳۰ = ?$$ ، $$۱\frac{۱}{۲} \times ۲\frac{۲}{۳} \times \frac{۴}{۵} = ?$$

$$۴\frac{۱}{۲} \times ۱۵ = ?$$ ، $$۸\frac{۱}{۲} \div ۴\frac{۱}{۴} = ?$$

$$۱\frac{۱۲}{۱۳} \div ۲\frac{۵}{۶} = ?$$ ، $$۴۹ \div ۲\frac{۱}{۳} = ?$$

کار خانه گی: سوالات ذیل را در خانه حل کرده با خود بیاورید.

$$۱\frac{۳}{۴} \times ۶\frac{۲}{۷} \times ۷\frac{۳}{۵} = ?$$ ، $$۳\frac{۸}{۹} \div ۷\frac{۲}{۵} = ?$$

سوالات:

۱- در یک پیپ ۴۵۰ لیتر آب موجود است. پیپ دوم به قدر $\frac{۷}{۹}$ آن و پیپ سوم $\frac{۵}{۷}$ پیپ دوم آب دارد. مقدار آب پیپ دوم و سوم را معلوم کنید.

۲- قیمت $\frac{۳}{۵}$ حصه یک توپ تکه ۲۷۰۰ افغانی میشود. قیمت تمام تکه را معلوم کنید.

۳- شخصی $۳\frac{۳}{۵}$ متر تکه را از قرار فی متر ۲۸ افغانی خرید. قمیت تمام تکه را معلوم کنید.

۴- قیمت $۱۲\frac{۱}{۲}$ مترتکه $۴۵۹\frac{۳}{۸}$ افغانی است. قیمت یک متر آنرا معلوم کنید.

۵- $\frac{۵}{۸}$ حصه یک پیپ از آب پر است. برای پر کردن آن ۴۸ سطل دیگر آب لازم است. گنجایش پیپ چند سطل آب است؟

۶- طول قدم احمد $۴\frac{۱}{۲}$ دیسی متر است. اگر مسافه از خانه الی مسجد شریف $۲۱۴۵\frac{۱}{۶}$ دیسی متر باشد برای رفتن از خانه به مسجد، احمد چند قدم برمیدارد؟

۷- قیمت یک کیلو گرام انار $۱۷\frac{۳}{۵}$ افغانی است. با $۲۶۵\frac{۳}{۷}$ افغانی چند کیلو گرام انار خریده میتوانیم؟

۸- کتلهٔ یک صندوق چای ۳۳۰۰۰ گرام است. کتلهٔ $\frac{۳}{۵}$ حصه صندوق مذکور چند کیلوگرام می‌شود؟

معرفی کسر اعشاری

هدف: شاگردان مفهوم کسر اعشار را فهمیده، در وقت ضرورت از آن استفاده کرده بتوانند.

کسری که در مخرجش ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ ... باشد به نام کسر اعشار یاد میشود. مثلاً اگر ما چیزی را به ده حصه مساوی تقسیم کنیم یک یا چند حصه آن را بگیریم. آن را به کمک اعشاری آسانتر ارایه کرده می‌توانیم چنانکه در شکل ذیل یک فیته به ده حصه مساوی تقسیم شده است که از آن جمله سه حصه آن سفید گذاشته شده و هفت حصه آن سیاه یا پرداز شده است.

در شکل فوق قسمت سفید $\frac{۳}{۱۰}$ حصهٔ کل فیته را و قسمت پرداز شده آن $\frac{۷}{۱۰}$ حصهٔ کل فیته را تشکیل میدهد. در حقیقت $\frac{۳}{۱۰}$ عبارت از سه دهم تمام فیته و همچنان $\frac{۷}{۱۰}$ هفت دهم تمام فیته را ارایه میکند، کسر عام $\frac{۳}{۱۰}$ را به شکل کسر اعشاری آن چنین می نویسند.

$\frac{۳}{۱۰}$ = ۰٫۳ و چنین خوانده میشود « صفر صحیح اعشاریه سه دهم یا صفر صحیح سه دهم ». به همین قسم کسر عام $\frac{۷}{۱۰}$ را به شکل اعشاری آن چنین می نویسند.

$\frac{۷}{۱۰}$ = ۰٫۷ و چنین خوانده میشود. « صفر صحیح هفت دهم یا صفر صحیح اعشاریه هفت دهم، یا اعشاریه هفت دهم ». از طرز ارایه کسر معلوم می‌شود که در نمایش یک کسر اعشار مخرجش نوشته نمی‌شود و به جای نوشتن مخرج از علامت اعشاری یا ممیزه«,» استفاده می‌شود. طوریکه مرتبه هایی که طرف چپ علامت

اعشاری واقع اند به ترتیب عبارت از مرتبه های: یکها، دهها، صدها، هزارهـا و غیـره بوده و به همین قسم مرتبه هایی که به طرف راست علامت اعـشاری واقـع انـد بـه ترتیب عبارت از مرتبه های دهم، صدم، هـزارم و غیـره مـی‌باشـد کـه در شـکل یـا دیاگرام ذیل چنین نشان داده می‌شود:

۰	مرتبه ده ملیونم	مرتبه میلونم	مرتبه صد هزارم	مرتبه ده هزارم	مرتبه هزارم	مرتبه صدم	مرتبه دهم	علامت اعشاری	مرتبه یکها	مرتبه دهها	مرتبه صدها	مرتبه هزار ها	مرتبه ده هزارها	مرتبه صد هزار ها	مرتبه ملیونها	مرتبه ده ملیونها	.	۰	۰	۰	۰

عدد ۱۲,۰۵۲ کسر اعشاری چنین خوانده میشود « ۱۲ صحیح اعشاریه صفر دهم،۵ صدم و ۲ هزارم » یا ۱۲ اعشاریه ۵۲ هزارم یا به طور خلص « ۱۲ اعشاریه صفر پنج دو».

طوریکه پیشتر دیده شد که $۰,۳ = \frac{۳}{۱۰}$ است.

از این جا میتوانیم بنویسیم:

$$\frac{۳}{۱۰} = \frac{۳۰}{۱۰۰} = ۰,۳ = ۰,۳۰$$

$$\frac{۳}{۱۰} = \frac{۳۰}{۱۰۰} = \frac{۳۰۰}{۱۰۰۰} = ۰,۳ = ۰,۳۰ = ۰,۳۰۰$$

از این معلوم میشود نسبتی که ۳ با ۱۰ دارد عین نـسبت را ۳۰ بـا ۱۰۰ و ۳۰۰ با ۱۰۰۰ دارد، پس در اینصورت کسرهای اعشاری مساوی آنها نیز عین عدد را ارایه کرده باهم مساوی اند یعنی رابطهٔ:

۰,۳۰۰ = ۰,۳۰ = ۰,۳ همیشه صحت دارد. این رابطه بیانگر این حقیقت است. که به هـر تعداد صفر هایی که به طرف راست یک عدد اعشاری اضافه شود، در قیمت آن کدام تغییر پیدا نمیشود. شما بگویید، اگر به طرف چپ عدد های تام (صحیح) یک یا چند صفر اضافه شـود در قیمت آن کدام تغییری وارد میکند؟

آیا عدد های ۱۰، ۰۱۰ و ۰۰۱۰ از هم فرق دارند؟ و هم راجع به ۹ و ۰۰۹ چی فکر میکنید؟

فعالیت ها

۱- کسر های اعشاری زیر را بخوانید.

۱۴,۰۱ ، ۲,۰۰۰۲ ، ۵۰,۱ ، ۵۲,۲۱ ، ۲۲۴,۰۶ ، ۱۴۲,۱۸۹ ، ۰,۰۰۰۳۴ ، ۲۵,۶۳۴ .

کار خانه گی: کسرهای عام ذیل را به کسر اعشاری بنویسید.

$\frac{۲۵}{۱۰۰}$ ، $\frac{۱۶۸}{۱۰۰۰}$ ، $\frac{۲۵۱}{۱۰۰۰۰}$ ، $\frac{۸}{۱۰}$ ، $\frac{۲۵}{۱۰۰}$

تمرینات:

۱ - کدام یک از تساوی های زیر صحیح و کدام آنها غلط است؟

۵,۲=۵,۲۰ ، ۱۲,۱ = ۱۲,۱ ، ۱۲ = ۰,۱۲ ، ۱۷ =۱,۷۰ ، ۴,۲ = ۴,۲۰

۴,۲ = ۴,۰۲ ، ۸,۹۹ = ۸,۹۰ ، ۱۶ = ۱۶,۰ ، ۰,۰۵ = ۰,۵۰.

۲ – خالیگاه های بیانیه های ذیل را با کلمه های مناسب خانه پری کنید.

الف: کسری که ..... ۱۰ ، ۱۰۰ و ۰۰۰ یعنی یک یا چند ..... باشد به نام ..... اعشاری یاد میشود.

ب : اگر به طرف ..... عدد اعشاری یک یا چند صفر اضافه شود، در قیمت آن کدام ..... پیدا نمیشود.

ج : اگر به طرف ..... عدد تام (صحیح) یک یا چند صفر اضافه شود، در قیمت آن کدام ..... پیدا نمیشود.

۳ - کسرهای عام زیر را به شکل اعشاری بنویسید.

$\frac{۷}{۱۰۰}$ ، $۲\frac{۷}{۱۰۰}$ ، $\frac{۲۵}{۱۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۱۰۰}$ ، $\frac{۶۹}{۱۰۰}$ ، $۲۷\frac{۳۰}{۱۰۰۰}$

$۱\frac{۱۸}{۱۰۰}$ ، $\frac{۶۷}{۱۰۰۰}$ ، $\frac{۲۵۱}{۱۰۰۰}$ ، $\frac{۵۰۷}{۱۰۰۰}$ ، $۳\frac{۴}{۱۰}$ ، $\frac{۲۱۰}{۱۰۰۰}$

۴- به کسر اعشاری بنویسید. دو میلیونم، ۴ صحیح ۸ صدم ، ۱۶۷ هزارم، ۲۱ صد هزارم ، ۴۱۷۹ ده هزارم، ۴ صحیح ۲ ملیاردم، ۴۵۰ صحیح ۱ ده هزارم.

۵- هر یک از کسر اعشاری ذیل را به شکل کسر عام که مخرج های آن (۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰،۰۰۰) باشد بنویسید. ۰,۱۵ ، ۱۲,۱۲ ، ۶۵,۵ ، ۱,۰۰۰۲ ، ۰,۱۲۵ ، ۴,۵۰۱ ، ۰,۱۰۰۳ ، ۱۲۵,۰۱۲ ، ۰,۰۰۰۵ .

مقایسهٔ کسرهای اعشار:

برای مقایسه دو و یا چندین کسر اعشاری اولاً تعداد ارقام بعد ازعلامت اعشاری کسرها (طرف راست) را با علاوه کردن صفر ها مساوی ساخته بعداً هر کدام آن که بعد از علامت اعشاریه دارای بزرگترین عدد بود همان کسر بزرگتر است.

مثال ۱ : دو کسر ۰,۷۵ و ۰,۹ را چنین با هم مقایسه مینماییم.

حل: در کسر ۰,۷۵ به طرف راست علامه اعشاریه دو رقم قرار دارد و در کسر ۰,۹ به طرف راست اعشاریه یک رقم است، پس به طرف راست کسر ۰,۹ یک صفر را علاوه کرده تا طرف راست این کسر نیز دو رقم شود. یعنی ۰,۹۰ = ۰,۹ اکنون کسرهای ۰,۷۵ و ۰,۹۰ را باهم مقایسه میکنیم از اینکه ۷۵ < ۹۰ است، پس ۰,۷۵<۰,۹۰ یا ۰,۷۵<۰,۹ میباشد.

مثال۲: کسرهای ۰,۵۲۱، ۰,۸۹ و ۰,۷ را با هم مقایسه کنید.

حل: ۰,۵۲۱ به طرف راست بعد از علامه اعشاریه دارای سه رقم، ۰,۸۹ دارای دو رقم و ۰,۷ دارای یک رقم است به طرف راست ۰,۸۹ یک صفر و به طرف راست ۰,۷ دو صفر نوشته تا هرکدام بعد از علامهٔ اعشاری دارای سه رقم شود بعد ۰,۵۲۱ ۰,۸۹۰ و ۰,۷۰۰ را با هم مقایسه می نماییم دیده میشود که عدد ۸۹۰ از عدد ۷۰۰ بزرگتر و ۷۰۰ از عدد ۵۲۱ بزرگتر است.

لهذا: ۵۲۱<۷۰۰ <۸۹۰ است، پس ۰,۵۲۱<۰,۷<۰,۸۹ میباشد.

مقایسهٔ اعداد اعشاری:

در مقایسه دو ویا چندین عدد اعشاری دو حالت وجود دارد:

حالت۱: اگر رقمهای صحیح دو ویا چندین عدد اعشاری باهم مختلف باشند در این صورت عدد اعشاری که دارای بزرگترین عدد صحیح باشد بزرگتر از همه آنها است. مثلاً در اعداد ۶,۴۰، ۷,۵ و ۹,۲ دیده میشود که از جمله اعداد صحیح عدد ۹ بزرگتر از عدد ۷ و عدد ۷ بزرگتر از عدد ۶ است، پس ۹,۲>۷,۵>۶,۴ میباشد.

به همین قسم اعداد دیگر را نیز میتوانیم مقایسه کنیم.

حالت ۲ : اگر رقمهای صحیح دو و یا چندین عدد اعشاری با هم مساوی باشند در این صورت اعداد اعشاری که بعد از علامت اعشاریه دارای بزرگترین عدد باشد بزرگترین همه آنها است. مثلاً: ۱۲,۷۳، ۱۲,۷ و ۱۲,۵ را با هم مقایسه مینماییم:

حل: چون در این اعداد اعشاری رقمهای صحیح آنها عین عدد (۱۲) است، پس رقمهای بعد از اعشاریه یعنی ۰,۷۰ = ۰,۷ و ۰,۵۰ = ۰,۵ اکنون در کسرهای ۰,۷۳ ۰,۷۰ و ۰,۵۰ دیده میشود که ۷۳ بزرگتر از ۷۰ و ۷۰ بزرگتر از ۵۰ است، پس ۰,۷۳>۰,۷۰>۰,۵۰ است.

در نتیجه ۱۲,۷۳>۱۲,۷>۱۲,۵ میباشد.

سوالات:

در کسرهای ذیل کدام آن ها بزرگ است؟

۱۳,۷ یا ۱۳,۶۲۵ ، ۸۴,۵۳۷ یا ۸۴,۹ ، ۱۶۷,۷۸ یا ۱۵۰,۸۹۷ .

کار خانه گی: کسرهای ذیل را با استفاده از علایم < و > مقایسه کرده در کتابچه های خود بنویسید.

۵,۹۱ و ۵,۸۹ ، ۱۴,۳ و ۴ را با هم مقایسه کنید.

جمع و تفریق کسر اعشار

جهت اجرای عملیه های جمع و تفریق کسر اعشار، نخست عدد ها را طوری زیر یکدیگر بنویسید که علامت اعشاری آنها زیر یکدیگر و همچنان رقمهای هم مرتبه آنها زیر یکدیگر در یک ستون قرار بگیرند. بعد از آن زیر آنها خط بکشید. در آخر عملیه های جمع یا تفریق را طوری که در عدد های تام اجراء می‌شود، اجراء کنید. تنها هنگامی که به علامت اعشاری می‌رسید آن را در همان ستونش بنویسید.

مثال ۱:

۳۲,۱۷۵ کیلومتر

۲۶۵,۳۲۰ کیلومتر+

۲۹۷,۴۹۵ کیلومتر

مثال ۲ :

۷۴,۰۱۸

+ ۵۱,۱۸۵۴

۱۲۵,۲۰۳۴

یاد داشت:

برای اینکه یک کسر یا یک عدد اعشاری را از کسر یا عدد اعشاری دیگر تفریق کنیم مانند عملیهٔ جمع لازم است که مراحل ذیل را مراعات کنیم:

۱ - تعداد ارقام بعد از علامه اعشاری هر دو کسر و یا عدد اعشاری را با علاوه کردن صفر ها مساوی بسازیم.

۲ - مفروق را زیر مفروق منه طوری مینویسیم که علامات اعشاری آنها زیر یکدیگر قرار بگیرند.

۳ - عمل تفریق را مانند تفریق اعداد طبیعی انجام میدهیم.

۴ - علامهٔ اعشاری را در حاصل تفریق زیر علامات اعشاری مفروق و مفروق منه میگذاریم.

مثال:

الف:

۶۵,۲۴۸	۴۲۵,۱۸۹	۶۲,۰۰۰۰
- ۱۲,۱۵۳	- ۷۱,۴۲۷	- ۵۱,۹۲۳۵
۵۳,۰۹۵	۳۵۳,۷۶۲	۱۰,۰۷۶۵

(ب) (ج)

فعالیت ها

۱ - اعداد اعشاری یا کسرهای اعشاری ذیل را جمع و تفریق کنید.

۴۲۵,۳۴۹	۸۹۴,۱۷۰	۴۸,۰۷۹	۸۱۹,۷
۱۳۰,۰۷	۲۷, ۰۰	- ۶,۷۲	- ۲۶,۹۰۵
+ ۲۱,۵۶۳	+ ۹۹,۸۰		

تمرینات:

۱. مسافری در روز اول ۲۱,۰۲ کیلو متر در روز دوم ۳۵,۲۰۱ کیلومتر، در روز سوم ۱۵,۲۱ کیلومتر و در روز چهارم ۸,۹۲۵ کیلومتر فاصله را طی کرده است. تمام فاصلهٔ چهار روزهٔ سفر او را حساب کنید.

۲. شخصی یک جنس را به ۹۸۶,۵ افغانی خرید و آن را به ۱۰۰۱,۰۵ افغانی فروخت. نفع یا نقص او را حساب کنید.

۳. دکانداری یک پایه رادیو کست را به ۸۵۶۱,۵ افغانی خرید و آن را به نفع ۱۹۱۵,۷۵ افغانی فروخت. قیمت فروش او را حساب کنید.

۴. یک نفر جنسی را به مبلغ ۲۸۱,۲۵ افغانی خرید آن را به ضرر ۲۳,۴ افغانی فروخت. قیمت فروش او را حساب کنید.

۵. فرید ۱۵۸۹۵,۷۵ افغانی داشت، از آن جمله ۴۸۹۵,۵ افغانی را به مصرف خوراک ، ۳۸۱۲,۷۵ افغانی را به مصرف پوشاک، مبلغ ۲۹۶,۹ افغانی را جهت تادیه کرایه خانه و مبلغ ۷۶۵,۲۵ افغانی را جهت تادیه مصرف برق پرداخت.اکنون نزد او چند افغانی باقی مانده است؟

۶- یک صندوق به وزن ۵,۷ کیلوگرام و صندوق دوم ۲,۴ کیلوگرام از صندوق اول زیاد تر و صندوق سوم از مجموعه هر دو صندوق ۰,۵۷ کیلو گرام کمتر است. وزن مجموعی هر سه صندوق چند است؟

۷- سه نفر شریک در یک معامله ۱۵۰۰۰ افغانی نفع کردند. اولی ۳۷۹۲,۵ افغانی و دومی ۱۰۵۱,۷ افغانی گرفت. برای نفر سومی چند افغانی مانده است؟

۸- تاجری در صندوق خود ۱۲۹۸,۵ افغانی داشت. دفعه اول ۸۱۱,۲۵ افغانی، دفعه دوم ۱۱۵,۷۵ افغانی برای خرید اجناس پرداخت، اما یک مرتبه ۷۵۰ افغانی و دیگر مرتبه ۱۷۱,۵ افغانی فروش کرد ، حالا چقدر پول نزد او موجود است؟

۹- شخصی ۲۴۵۰ افغانی داشت، یک کرتی را به ۳۵۰,۷۵ افغانی و یک جوره بوت را به ۳۵۰,۵ افغانی و یک کلاه را به ۱۱۵,۲۵ افغانی خرید، حالا چند افغانی دارد؟

۱۰- مسافری باید ۱۹۸,۵ کیلومتر مسافه را طی کند. در روز اول ۲۸,۵ کیلومتر مسافه را پیموده است، چند کیلو متر از مسافرتش باقی مانده است؟

۱۱- شخصی یک پایه رادیو را به ۸۲۵۰,۵ افغانی فروخت و در آن ۱۰۷۵,۷۵ افغانی ضرر کرده است. قیمت خرید او را حساب کنید.

کار خانه گی: سوال (۱۰) و (۱۱) را در خانه های خود حل کرده با خود بیاورید.

ضرب کسر اعشاری

برای انجام دادن عملیه ضرب یک عدد اعشاری در یک عدد تام حل مثال ذیـل را در نظر می‌گیریم:

مثال اول: میخواهیم حاصل ضرب ۲,۵ در ۳ را به دست آوریم.

حل: ما میدانیم که $۲\frac{۵}{۱۰} = ۲,۵$ است. حال به جای افاده ۳×۲,۵ افادهٔ $۳\times۲\frac{۵}{۱۰}$ را با هم ضرب میکنیم از اینجا میتوانیم بنویسیم.

$$۳\times۲,۵ = ۳\times۲\frac{۵}{۱۰} = \frac{۳}{۱}\times\frac{۲۵}{۱۰} = \frac{۳\times۲۵}{۱\times۱۰} = \frac{۷۵}{۱۰} = ۷,۵$$

در نتیجه ۷,۵ = ۲,۵ × ۳ حاصل میشود.

برای اینکه از حاصل ضرب ۲,۵ در ۳ جواب مطلوب را که عبارت از ۳ دفعه ۲,۵ یعنـی ۷,۵ است حاصل کنیم از علامـت اعـشاری ۲,۵ صـرف نظـر کـرده ۲۵ را در ۳ ضـرب میکنیم، حاصل ضرب که ۷۵ به دست می آید. از طرف راست بـه چـپ یـک رقـم آن یعنی رقم ۵ را توسط علامت اعشاری جدا میکنیم، در نتیجه ۷,۵ حاصل میشود.

مثال دوم: حاصل ضرب افاده ۰,۷ × ۰,۳ را در یافت می‌نماییم.

حل: می‌دانیم که $۰,۳=\frac{۳}{۱۰}$ و $۰,۷=\frac{۷}{۱۰}$ است از اینجا می‌توانیم بنویسیم که:

$$۰,۳\times۰,۷ = \frac{۳}{۱۰}\times\frac{۷}{۱۰} = \frac{۲۱}{۱۰۰} = ۰,۲۱$$

که در نتیجه ۰,۲۱ = ۰,۷ × ۰,۳ حاصل می‌شود.

برای ضرب کردن این اعداد اعشاری از علامت اعـشاری هـر دو جـزء ضـربی یعنـی ۰,۳ × ۰,۷ صرف نظر نموده عدد های ۳ و ۷ را با هم ضرب میکنیم. اینک از حاصل ضرب آنها یعنی ۲۱ به تعداد مجموعه رقمهای عاملها یا اجزای ضـربی از راسـت بـه چپ به کمک علامت اعشاری جدا میکنیم. در نتیجه عدد ۰,۲۱ حاصل میشود که جواب مطلوب است. از حل دو مثال بالا قاعدهٔ زیر بیان میشود:

جهت اجرای عملیه ضرب عدد های اعشاری اولاً از علامت اعشاری عاملهای اجزای ضربی صرف نظر کرده آنها را مثل دو عدد تام با هم ضرب می‌کنیم. سپس از حاصل ضرب آنهـا به تعداد مجموعه رقمهای اعشاری اجزای ضربی، رقمها را از راست به چپ توسط علامت اعشاری جدا میکنیم، عددی که حاصل میشود عبارت از حاصل ضرب است.

تبصره : اگر رقمهای حاصل ضرب تعداد مجموعه رقمهای ضربی را پوره کرده نتوانند به طرف چپ رقمهای حاصل ضرب آن تعداد صفرها میگذاریم، تا تعداد مجموعه رقمهای عاملهای ضربی را پوره کنند و سپس علامت اعشاری را مینویسیم.

مثال ۱ : ۰,۰۰۷ × ۰,۰۲

۰,۰۰۷ × ۰,۰۲ = ۰,۰۰۰۱۴

در مثال فوق از علامت اعشاری عاملهای ضربی صرف نظر کردیم بعد در حاصل ضرب (۷×۲) که ۱۴ میشود بعد از علامت اعشاری سه عدد صفر گذاشتیم تا تعداد مجموعهٔ مرتبه های اعشاری را که پنج میشود تکمیل کنیم:

مثال ۲ : ۰,۱ × ۰,۱ = ?

۰,۱ × ۰,۱ = ۰,۰۱

مثال ۳ : کسرهای اعشاری ۰,۲۴۵ و ۰,۰۳ را با هم ضرب میکنیم.

بعد از ضرب کردن در مثال فوق دیده میشود که در حاصل ضرب سه رقم موجود است، در حالیکه تعداد مجموع ارقام بعد از علامه اعشاری اجزای ضربی پنج رقم است، پس به طرف چپ حاصل ضرب دو صفر را علاوه میکنیم و بعد علامهٔ اعشاری را میگذاریم طور ذیل:

۰,۲۴۵
×۰,۰۳
۷۳۵

۰,۲۴۵
× ۰,۰۳
۰,۰۰۷۳۵

فعالیت ها

با استفاده از عملیهٔ ۱۲ × ۱۵۳ = ۱۸۳۶ حاصل ضرب کسرهای اعداد اعشاری ذیل را بدون انجام عملیهٔ ضرب به دست آرید.

۱,۲	۱,۵۳	۰,۱۵۳	۱۵,۳	۰,۱۵۳
× ۱۵,۳	× ۱۲	× ۰,۱۲	× ۰,۱۲	× ۱۲

ضرب کسر یا عدد اعشاری در عدد های ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ...

برای ضرب کردن یک عدد اعشاری در عدد های ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و غیره کافیست تا علامت اعشاری را به تعداد صفر ها به طرف راست رقمهای اعشاری نقل بدهید.

مثال ۱:

۷۸,۵۶
×۱۰
۰ ۰ ۰ ۰
+۷ ۸ ۵ ۶
۷ ۸ ۵,۶ ۰

چون جزء اول ضرب دو خانه اعشاری داشت، بناءً از طرف راست دو خانه اعشاری را جدا کردیم و از قبل میدانیم که:

۷۸۵,۶ = ۷۸۵,۶۰ است.

یا ۷۸۵,۶ = ۱۰ × ۷۸,۵۶

زیرا

$$۷۸,۵۶ \times ۱۰ = \frac{۷۸۵۶}{۱۰۰} \times ۱۰$$

$$= \frac{۷۸۵۶}{۱۰} = ۷۸۵,۶$$

مثال ۲: ۶۷۹۲۳,۴۱ = ۱۰۰ × ۶۷۹,۲۳۴۱

زیرا

$$۶۷۹,۲۳۴۱ \times ۱۰۰ = \frac{۶۷۹۲۳۴۱}{۱۰۰\cancel{۰۰}} \times ۱\cancel{۰۰} = \frac{۶۷۹۲۳۴۱}{۱۰۰} = ۶۷۹۲۳,۴۱$$

مثال ۳: ۴۰۷۱ = ۱۰۰۰ × ۴,۰۷۱

زیرا

$$۴,۰۷۱ \times ۱۰۰۰ = \frac{۴۰۷۱}{۱\cancel{۰۰۰}} \times ۱\cancel{۰۰۰} = ۴۰۷۱$$

اگر تعداد رقمهای اعشاری کمتر از تعداد صفر های عاملهای ضربی صفر دار باشد در این صورت پیشروی حاصل ضرب آنها آن تعداد صفر مینویسیم تا کمبود آن تلافی شود. مانند مثالهای ذیل:

۵,۳ × ۱۰۰ = ۵۳۰

$$۵,۳ \times ۱۰۰ = \frac{۵۳}{۱\cancel{۰}} \times ۱۰\cancel{۰} = ۵۳ \times ۱۰ = ۵۳۰$$

یا:

$$۰,۰۱۲ \times ۱۰۰۰۰ = \frac{۱۲}{۱\cancel{۰۰۰}} \times ۱۰\cancel{۰۰۰} = ۱۲ \times ۱۰ = ۱۲۰$$

به همین ترتیب:

$$۷۱,۶۵ \times ۱۰۰۰۰۰ = \frac{۷۱۶۵}{۱\cancel{۰۰}} \times ۱۰۰۰\cancel{۰۰} = ۷۱۶۵۰۰۰$$

فعالیت ها

۱. ۳,۴۵۲ متر را به دیسی متر ، سانتی متر و ملی متر تبدیل کنید.

۲. عدد های مناسب را در خالیگاه های زیر بنویسید.

۳۵۰ = ☐ × ۳,۵ ، ۱۲۲ = ☐ × ۱۲,۲ ، ۱ = ۱۰۰۰ × ☐

۱۴ = ۱۰۰ × ☐ ، ۹۵۰ = ☐ × ۹۵ ، ۴,۸ = ☐ × ۰,۴۸

☐ = ۱۰۰ × ۴,۰۰۱ ، ۶,۳۱ × ۱۰۰ = ☐

کار خانه گی: ۶,۷۸۶۲ متر را به سانتی متر و ملی متر در کتابچه های خود تبدیل نمایید.

سوالات:

۱. ضرب کنید.

۲۸ × ۰,۷۸	۱۵,۸ × ۹,۰۵۴	۱۴۲ × ۷,۶۲
۲,۷ × ۰,۹۸	۹۸۹ × ۱۹,۷۰۰۲	۱۱,۲۵ × ۱,۲۵۴۳
	۷۸ × ۷۷,۰۰۹۸	۸,۹۲ × ۲,۰۰۷

۲. شخصی ۱۸,۵ متر پارچه را از قرار فی متر ۱۲,۴۵ افغانی و ۱۵,۲۵ متر پارچه را از قرار فی متر ۲۱,۷ افغانی خرید و ۱۲۵,۵ افغانی نقداً پرداخت، چقدر افغانی مقروض شد؟

۳. طول یک متر میلهٔ آهنی به هر درجه حرارت ۰,۰۰۰۰۱۲۶ متر اضافه میشود در حرارت ۷۵,۵ درجه چقدر به طول آن افزوده خواهد شد؟

۴. اگر طول قدمهای یکنفر ۰,۴۵ متر باشد و ۱۴۸۵ قدم راه برود طول مسافه یی را که طی کرده است معلوم کنید.

۵. یک کار گر در هر سال ۳۱۲ روز کار میکند و هر روز ۴۰,۴۵ افغانی مزد می‌گیرد اگر در هر ماه ۱۴۵,۵ افغانی خرج کند پس اندازه سالانه او چند خواهد بود؟

۶. در یک فالیز ۸۹۵ دانه خربوزه است. خریداری حاصلات فالیز را به (۲۰۰۰) افغانی میخرد. فالیز کار آنرا نفروخته خودش آنرا به صورت پرچون از قرار فی دانه ۲,۵ افغانی میفروشد. نقص یا مفاد این معامله را نسبت به عمده فروشی معلوم کنید؟

۷. بشیر ۴۲۳,۴۸۵ کیلوگرام برنج خرید. اگر قیمت یک کیلوگرام برنج ۱۸,۲۵ افغانی باشد قیمت مجموعی برنج خریده شده را معلوم کنید.

۸. یک باغبان از باغ خویش ۹۳۶,۷ کیلوگرام بادام حاصل برداشت. اگر قیمت یک کیلو گرام بادام ۴۵۱,۴ افغانی باشد معلوم کنید که حاصلات باغ مذکور چند افغانی میشود؟

۹. جهت تجدید لین برق در یک تعمیر ۲۳۷,۸ متر سیم به کار است. اگر قیمت یک دیسی متر سیم ۳,۶ افغانی باشد قیمت تمام سیم را معلوم کنید.

۱۰. دکانداری ۱۲۰۰ دانه تخم مرغ را از قرار فی دانه ۲,۷۵ افغانی خرید و آنها را از قرار فی دانه به ۳,۵ افغانی فروخت پول نفع او را معلوم کنید.

۱۱. فاصله بین خانه احمد و مکتبش ۸۱۵ قدم اوست ، اگر طول متوسط هر قدم احمد ۰,۵۵ متر باشد فاصله بین خانه و مکتب او را به متر حساب کنید.

تقسیم کسر اعشار:

برای تقسیم نمودن کسرهای اعشاری به یکدیگر، سعی میکنیم تا مقسوم علیه را به عدد صحیح تبدیل کنیم طوریکه اگر مقسوم علیه یک رقم اعشاری داشته باشد صورت و مخرج کسر را ضرب عدد (۱۰) میکنیم:

(چون می‌دانیم که از ضرب نمودن و یا تقسیم نمودن صورت و مخرج به عین عدد در قیمت کسر تغییر وارد نمی‌شود). اگر مقسوم علیه دو رقم اعشاری داشته باشد صورت و مخرج کسر را ضرب (۱۰۰) و اگر مقسوم علیه سه رقم اعشاری داشته باشد ضرب ۱۰۰۰ و همینطور ادامه داده و بعداً عملیهٔ تقسیم را انجام می‌دهیم.

مثال۱:

$$۴۵۳ \div ۰٫۳ = \frac{۴۵۳}{۰٫۳} = \frac{۴۵۳ \times ۱۰}{۰٫۳ \times ۱۰} = \frac{\overset{۱۵۱۰}{\cancel{۴۵۳۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۳}}} = ۱۵۱۰$$

مثال۲:

$$۱۰٫۹۲۵۷ \div ۲٫۳۷ = \frac{۱۰٫۹۲۵۷}{۲٫۳۷} = \frac{۱۰٫۹۲۵۷ \times ۱۰۰}{۲٫۳۷ \times ۱۰۰} = \frac{۱۰۹۲٫۵۷}{۲۳۷}$$

حال عملیهٔ تقسیم را طور معمول انجام میدهیم:

```
 ۱۰۹۲,۵۷ | ۲۳۷
-  ۹۴۸   |
 ------  | ۴
   ۱۴۴
```

حالا چون به علامت اعشاری میرسیم در خارج قسمت علامهٔ (,) اعشاری را گذاشته رقم ۵ را پایین میکنیم و عملیهٔ تقسیم را پیش میبریم یعنی:

```
 ۱۰۹۲,۵۷ | ۲۳۷
-  ۹۴۸   |
 ------  | ۴,۶۱
   ۱۴۴۵
 -۱۴۲۲
 ------
     ۲۳۷
   - ۲۳۷
   ------
     ۰ ۰ ۰
```

مثال۳: میخواهیم عملیهٔ ۱۵۳۸,۶÷۰,۱۵۷را انجام دهیم:

در قدم اول سوال مذکور را به طور ذیل مینویسیم:

$$\frac{۱۵۳۸,۶}{۰,۱۵۷}$$

حال صورت و مخرج کسر را ضرب (۱۰۰۰) می‌کنیم تا مقسوم علیه(۰,۱۵۷) به عـدد صحیح تبدیل شود.

$$\frac{۱۵۳۸,۶\times۱۰۰۰}{۰,۱۵۷\times۱۰۰۰}=\frac{۱۵۳۸۶۰۰}{۱۵۷}$$

اکنون طبق معمول عملیهٔ تقسیم را انجام میدهیم:

```
 ۱۵۳۸۶۰۰ | ۱۵۷
-۱۴۱۳    |------
---------| ۹۸۰۰
   ۱۲۵۶
  -۱۲۵۶
---------
   ۰ ۰ ۰
```

مثال۴: می‌خواهیم عملیهٔ تقسیم را بالای ۱۶۹,۶۲۵÷۲۵اجرا نماییم:

ابتدا ارقام طرف چپ علامت اعشاری را تقسیم مقسوم علیه (۲۵) میکنیم.

```
 ۱۶۹,۶۲۵ | ۲۵
-۱۵۰     |------
---------| ۶
   ۱۹
```

حال عدد ۱۹ در نتیجه عملیه تفریق باقیمانده است. چون در مقسوم عـدد صـحیح دیگر موجود نیست بناءً علامت اعشاری (,) را به طرف راست خـارج قـسمت یعنـی (۶) گذاشته رقم ۶ بعد از اعشاری را از مقسوم، به طرف راسـت ۱۹ پـایین میکنـیم که ۱۹۶ می شود و عملیهٔ تقسیم را ادامه میدهیم:

```
 ۱۶۹,۶۲۵ | ۲۵
-۱۵۰     |------
---------| ۶,۷۸۵
   ۱۹۶
  -۱۷۵
---------
   ۲۱۲
  -۲۰۰
---------
   ۱۲۵
  -۱۲۵
---------
   ۰۰۰
```

مثال ۵: می‌خواهیم خارج قسمت ۴ ÷ ۱۹,۵ را پیدا نماییم.

حل: شما می‌دانید که به طرف راست رقم آخر کسر اعشاری، بودن و نبودن صفر در قیمت کسر اعشاری کدام تغییر را نمی‌آورد، در اینصورت عملیه تقسیم را چنین انجام می‌دهیم.

بعد از پایین کردن رقم آخر (۵) و اجرای عملیه تقسیم و تفریق، پیش روی باقیماندهٔ آخری یعنی (۳) صفر می‌گذاریم وعملیهٔ تقسیم را طوری که در مقابل ارایه شده است تا زمانی ادامه می‌دهیم که باقیماندهٔ نهایی صفرشود.

۱۹,۵	۴
-۱۶	۴,۸۷۵
۳۵	
-۳۲	
۳۰	
-۲۸	
۲۰	
-۲۰	
۰۰	

فعالیت ها

خارج قسمت سوالات ذیل را در صنف به شکل گروپی پیدا کنید.

۴,۶۵ ÷ ۰,۵ = ? ۱۴۲,۳۶ ÷ ۱۴۵ = ? ۶۲۵ ÷ ۱۵ = ? ۷۷۷ ÷ ۸۴ = ?

۹۰,۲۲۵ ÷ ۱۶,۵ = ? ۱۲,۰۸ ÷ ۰,۰۶ = ? ۰,۰۰۰۱ ÷ ۴ = ? ۲,۶۵ ÷ ۱,۱ = ?

۴۰ ÷ ۰,۰۶ = ?

کار خانه گی: سوال های تقسیم ۷۲۵ ÷ ۲۸,۵۶۷ و ۹,۷ ÷ ۴۲,۳۷۸ را در کتابچه های خود حل کرده با خود بیاورید.

تقسیم کسر اعشاری به اعداد ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ۰۰۰ و غیره:

مثال۱ : عدد اعشاری ۱۲,۳ را بر ۱۰ تقسیم نمایید.

اجرای عملیهٔ تقسیم نشان میدهد که خارج قسمت ۱,۲۳ است. یعنی علامهٔ اعشاری (,) یک خانه به طرف چپ انتقال یافته است.

یعنی: ۱,۲۳ = ۱۰ ÷ ۱۲,۳

۱۲,۳ | ۱۰
-۱۰ | ۱,۲۳
۲۳
- ۲۰
۳۰
- ۳۰
۰۰

مثال ۲ : عدد اعشاری ۲۳۵,۴ را بر عدد ۱۰۰ تقسیم نمایید.

در نتیجهٔ عملیهٔ تقسیم باز هم دیده می‌شود که علامهٔ اعشاری به اندازه صفر های مقسوم علیه (۱۰۰) یعنی دو خانه به طرف چپ انتقال یافته است یعنی:

۲,۳۵۴ = ۱۰۰ ÷ ۲۳۵,۴

۲۳۵,۴ | ۱۰۰
-۲۰۰ | ۲,۳۵۴
۳۵۴
- ۳۰۰
۵۴۰
- ۵۰۰
۴۰۰
-۴۰۰
۰۰۰

مثال۳: عدد اعشاری ۱۴۲,۵ را بر ۱۰۰۰ تقسیم نمایید. در اینصورت نیز دیده می‌شود که علامه اعشاری‌به اندازه صفرهای‌مقسوم علیه (۱۰۰۰) یعنی سه خانه به طرف چپ انتقال یافته است.

۰,۱۴۲۵ = ۱۰۰۰ ÷۱۴۲,۵

۱۴۲,۵ | ۱۰۰۰
-۱۰۰۰ | ۰,۱۴۲۵
۴۲۵۰
- ۴۰۰۰
۲۵۰۰
- ۲۰۰۰
۵۰۰۰
- ۵۰۰۰
۰۰۰

از حل مثالهای فوق نتیجه می‌شود که هر گاه عدد کسر اعشاری را تقسیم عدد ۱۰،۱۰۰، ۱۰۰۰ و غیره نماییم به آسان ترین طریقه تقسیم می کنیم. یعنی برعکس عملیهٔ ضرب در عدد یا کسر اعشاری به تعداد صفر های مقسوم علیه علامهٔ اعشاری را در مقسوم به طرف چپ انتقال میدهیم. اگر تعداد ارقام صحیح مقسوم نسبت به صفرهای مقسوم علیه کم باشد، در اینصورت به طرف چپ عدد صحیح مقسوم، آن تعداد صفر ها را علاوه می‌کنیم که تعداد ارقام عدد صحیح و صفرها بعد از علامهٔ اعشاری مساوی به تعداد صفر های مقسوم علیه گردد و بعد از آن علامهٔ اعشاری را می‌گذاریم.

مثلاً: ۴,۵۲ ÷ ۱۰۰۰ = ۰,۰۰۴۵۲

فعالیت ها

حاصل تقسیم عدد های ذیل را بنویسید. برای یافتن جواب ها قاعده یی را که به کار می‌برید بیان کنید.

۱۴,۷ ÷۱۰۰ = ? ۴,۲۳ ÷ ۱۰ = ? ۳,۲۴۵ ÷ ۱۰۰ = ? ۴,۲ ÷ ۱۰ = ?

۱۴,۲۱ ÷ ۱۰۰۰ = ? ۲,۲۳۲ ÷۱۰ = ? ۰,۲۱ ÷ ۱۰۰ = ? ۵,۰۰۵۱ ÷۱۰۰۰ = ?

سوالات:

۱. اگر قیمت یک کیلو گرام کچالو ۲۸,۵ افغانی باشد به ۴۲۷۵ افغانی چند کیلو گرام کچالو خریده می‌توانیم؟

۲.شخصی به مبلغ ۱۸۹,۷ افغانی ۳,۷ کیلو گرام گیلاس خرید و آن را از قرار فی کیلو گرام ۵۲,۲۵ افغانی فروخت منفعت او را حساب کنید.

۳.یک پیاده گرد که به طور اوسط در هر ساعت ۵,۵ کیلو متر راه میرود فاصله کابل، جلال آباد را که تقریباً ۱۴۸,۵ کیلومتر است در چند ساعت طی خواهد کرد؟

۴.شخصی یک توپ تکه را از قرار فی متر ۱۲,۵ افغانی خرید و از قرار فی متر ۱۴,۲۵ افغانی فروخت و ۲۹,۲۵ افغانی نفع کرد طول توپ تکه را معلوم کنید.

۵.شخصی یک جوره بوت و ۲۷,۱۲۵ متر تکه را به ۱۲۶۰ افغانی خرید. اگر قیمت جورهٔ بوت ۲۷۰,۵ افغانی باشد. قیمت فی متر تکه چند افغانی است؟

۶. یک موتر در ۴۸ ساعت ۲۶۶۴ کیلو متر مسافه را طی کرده است. سرعت رفتار فی ثانیه او به طور متوسط چند متر است؟

۷. تاجری ۹۲۷,۵ افغانی را بین ۴۹ نفر از فقراء تقسیم کرد. طوریکه به هر یک از ۳۱ نفر آنها ۱۷,۲۵ افغانی داد. معلوم کنید به هر یک از نفر های باقی مانده چند افغانی بدهد؟

۸. در یک لیتر آب بحر ۰,۰۱۶ کیلو گرام نمک است. ۲۳۰ کیلو گرام نمک از چند لیتر آب حاصل می‌شود؟

۹. یک نفر ۸۴۰ کیلو گرام گندم را از قرار فی کیلو گرام (۸) افغانی با یک نفر قناد، به قند مبادله کرد و ۳۱۴ کیلوگرام قند گرفت. قیمت هر کیلوگرام قند ۱۹ افغانی است. کدام یک به دیگری چند افغانی بدهد؟

۱۰. اگر قیمت مجموعی (۱۰) سیر گندم ۷۵۲,۵ افغانی باشد. قیمت یک سیر آنرا معلوم کنید.

۱۱. یک نفر دکاندار (۱۰۰) متر سیم برق را به ۹۷۷,۵ افغانی خرید. قیمت یک متر سیم برق را معلوم کنید.

۱۲. برای (۱۰۰۰) نفر شاگرد لیسه امانی ۷۵۲۵ متر تکه خریداری شده است. معلوم کنید که برای هر شاگرد چند متر تکه میرسد؟

۱۳. کدام یک از افاده های زیر صحیح و کدام آنها غلط است؟

۱,۲ ÷ ۱۰ = ۰,۱۲	۱۲ ÷ ۱۰ = ۱۲۰
۴,۱ ÷ ۱۰۰ = ۴۱	۴,۱ ÷ ۱۰۰ = ۰,۰۴۱
۲ × ۱۰۰۰ = ۲۰۰۰	۲ ÷ ۰,۰۰۱ = ۰,۰۰۲
۶ × ۰,۰۰۱ = ۶۰	۶ × ۰,۰۰۱ = ۰,۰۰۶
۰,۵ ÷ ۱۰۰ = ۰,۰۰۵	۰,۵ × ۱۰ = ۵

کار خانه گی:

سوال شماره ۱۱ و ۱۲ را در کتابچه های خود حل کرده بیاورید.

تبدیل کسرها به یک دیگر

تبدیل کسر عام به کسر اعشاری:

برای تبدیل کردن کسر عام (واقعی) به کسر اعشاری صورت را بر مخرج تقسیم می کنیم. طوریکه اولاً علامت اعشاری یا ممیزه را در خارج قسمت نوشته یک صفر به طرف راست صورت علاوه میکنیم و عملیهٔ تقسیم را انجام میدهیم.

مثلاً: $\frac{۴}{۵}$ = ۴ ÷ ۵ = ?

۴۰	۵
-۴۰	۰,۸
۰	

پس داریم که : $\frac{۴}{۵}$ = ۰,۸

مثال ۲ : کسر عام $\frac{۱۲}{۲۵}$ را به کسر اعشار چنین تبدیل میکنیم.

$\frac{۱۲}{۲۵}$ = ۱۲ ÷ ۲۵ = یا ۱۲,۰۰ ÷ ۲۵ = ?

۱۲,۰۰	۲۵
-۰	۰,۴۸
۱۲۰	
- ۱۰۰	
۲۰۰	
-۲۰۰	
۰۰۰	

پس: $\frac{۱۲}{۲۵}$ = ۰,۴۸

مثال ۳ :

کسر عام $\frac{۲۸}{۵۰}$ را به کسر اعشار چنین تبدیل مینماییم.

$\frac{۲۸}{۵۰}$ = ۲۸ ÷ ۵۰ یا ۲۸,۰۰ ÷ ۵۰ = ?

۲۸,۰۰	۵۰
−۰	۰,۵۶
۲۸۰	
− ۲۵۰	
۳۰۰	
− ۳۰۰	
۰۰۰	

پس $\frac{۲۸}{۵۰}$ = ۰,۵۶ میشود.

اگر کسر عام، به شکل (تام – کسری) یعنی قسمت هـای صـحیح و کـسری داشـته باشد، دراین حالت به دو طریقهٔ ذیل آنرا به کسر اعشار تبدیل میکنیم:

طریقهٔ اول:

قسمت صحیح عدد کسری، قسمت صحیح عدد اعشاری هم میباشد.

یعنی : ۱,۴ = $۱\frac{۲}{۵}$

در این صورت عدد صحیح (عدد تام) کسر داده شده را عدد صحیح کسر اعشاری قرار داده و خود کسر را به اعشار تبدیل مینماییم.

مثال۱ :

$۹\frac{۲}{۵}$ را چنین به کسر اعشار تبدیل مینماییم.

حل:

در کسر عام $۹\frac{۲}{۵}$ تنها کسر $\frac{۲}{۵}$ را به کسر اعشار تبدیل میکنیم و بعد از آن عدد صحیـــــح ۹ را به حیث عدد صحیح کسر اعشار قرار میدهیم.

$$\begin{array}{r|l} ۲۰ & ۵ \\ \hline -۲۰ & ۰,۴ \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$\frac{۲}{۵} = \frac{۲ \times ۲}{۵ \times ۲} = \frac{۴}{۱۰} = ۰,۴ \quad \text{یا}$$

در نتیجه $۹\frac{۲}{۵} = ۹,۴$ میشود.

مثال ۲: کسر عام $۹۲\frac{۷}{۵۰}$ را به کسر اعشاری تبدیل میکنیم.

حل:

درکسر $۹۲\frac{۷}{۵۰}$ تنها عدد کسری $\frac{۷}{۵۰}$ را به کسر اعشار تبدیل میکنیم و بعد از آن عدد صحیح ۹۲ را به حیث عدد صحیح کسراعشاری (۰,۱۴) قرار میدهیم.

$$\frac{۷}{۵۰} = \frac{۲ \times ۷}{۲ \times ۵۰} = \frac{۱۴}{۱۰۰} = ۰,۱۴$$

اکنون عدد ۹۲ را به حیث عدد صحیح کسر اعـشاری بـه دسـت آمـده (۰,۱۴)قـرار میدهیم که در نتیجه عدد اعشاری ۹۲,۱۴ به دست می آید.

یعنی $۹۲,۱۴ = ۹۲\frac{۷}{۵۰}$ میشود.

طریقهٔ دوم: در این طریقه شکل کسر عام (تام - کسری) را به شکل کسر تبدیل میکنیم و یا به عبارت دیگر کسر عام را غیر واجب میکنیم و بعد از آن صورت را بر مخرج تقسیم کرده که عدد یا کسر اعشار به دست می آید.

مثال ۱:

کسر $۴\frac{۵}{۱۰}$ را به کسر اعشار چنین تبدیل میکنیم:

حل: $۴\frac{۵}{۱۰}$ را غیر واجب می نماییم.

$$۴\frac{۵}{۱۰} = \frac{(۴ \times ۱۰) + ۵}{۱۰} = \frac{۴۵}{۱۰}$$

اکنو ن کسر به دست آمده $\frac{۴۵}{۱۰}$ را به کسر اعشار تبدیل مینماییم.

$$۴\frac{۵}{۱۰} = \frac{۴۵}{۱۰} = ۴٫۵$$

مثال ۲ :

کسر عام $۶\frac{۱}{۴}$ را به کسر اعشار ذیلاً تبدیل مینماییم.

حل:

$$۶\frac{۱}{۴} = \frac{(۶ \times ۴) + ۱}{۴} = \frac{۲۵}{۴}$$

حالا کسر $\frac{۲۵}{۴}$ را به کسر اعشار تبدیل میکنیم.

```
 ۲۵ | ۴
-۲۴ | ۶،۲۵
 ۱۰
 -۸
 ۲۰
-۲۰
 ۰۰
```

در نتیجه $۶٫۲۵ = ۶\frac{۱}{۴}$ میشود.

فعالیت ها

کسر های عام ذیل را به کسر اعشار تبدیل کنید.

$\frac{۲}{۱۰}$ ۸ ، $\frac{۲۴}{۱۰۰}$ ۱۹ ، $\frac{۳۵}{۵۰}$ ۶ ، $\frac{۷}{۸}$ ۶ ، $\frac{۵}{۲۲۵}$ ۴

سوالات:

۱ - کسرهای ذیل را به کسر اعشاری بنویسید.

$\frac{۱۸}{۱۰۰}$ ، $\frac{۱۶}{۱۰}$ ، $\frac{۷۶}{۱۰۰۰}$ ، $\frac{۶۷}{۱۰۰۰۰}$ ، $\frac{۴۵}{۱۰۰}$

۲ - هر یک از کسرهای ذیل را به کسر اعشار تبدیل کنید.

$\frac{۷}{۵}$ ، $\frac{۹}{۲۵}$ ، $\frac{۸}{۶}$ ، $\frac{۳}{۵}$ ، $\frac{۸}{۱۰۰}$

۳- کسرهای ذیل را به دو طریقه به کسر اعشار تبدیل کنید.

$\frac{۲۰}{۱۰}$ ۱ ، $\frac{۵}{۱۵}$ ۶ ، $\frac{۷}{۸}$ ۶ ، $\frac{۴}{۱۲۵}$ ۵ ، $\frac{۴}{۲۰}$ ۹

$\frac{۴}{۱۰۰۰}$ ۱۹ ، $\frac{۳۵}{۷۱}$ ۱۷

تبدیل کسر اعشار به کسر عام:

برای تبدیل کردن کسر اعشار به کسر عام اعداد طرف راست اعشاری را در صورت کسر نوشته و در مقابل هر رقم کسر اعشار در مخرج صفرها را قرار داده و عوض علامهٔ اعشاری یا ممیزه در مخرج عدد (۱) را مینویسیم. به این صورت کسر اعشاری را به کسر عام تبدیل کرده میتوانیم.

مثلاً : ۰,۴۵ را به کسر عام طور ذیل تبدیل میکنیم:

$$۰,۴۵ = \frac{\overset{۹}{\cancel{۴۵}}}{\underset{۲۰}{\cancel{۱۰۰}}} = \frac{۹}{۲۰}$$

یا ۲,۲۵ را به کسر عام چنین تبدیل میکنیم:

$$۲,۲۵ = ۲\frac{۲۵}{۱۰۰} = ۲\frac{۱}{۴}$$

فعالیت ها

کسرهای ذیل را به کسر عام تبدیل کنید.

۱۶,۰۶ ، ۶,۳۲ ، ۱۲,۰۰۱ ، ۴,۰۸ ، ۰,۲۵۴

سوالات :

اعداد ذیل را به کسر عام تبدیل کنید.

۰,۶۰۰ ، ۱۴,۰۰۵ ، ۲۵,۰۷ ، ۳۵,۰۵۲ ، ۰,۰۰۰۰۵۶ ، ۷۶۸,۰۰۰۸۹ ، ۱۵۲,۰۰۸۷ ، ۰,۵

کسرهای اعشاری متوالی و تبدیل آنها به کسر عام

۱ – حالت اول:

در بعضی موارد به عدد هایی رو برو میشویم که از تقسیم آنها بر یکدیگر باقیمانده صفر نشده، بلکه تکرار میشود. یعنی در خارج قسمت نیز یک یا چند رقم به صورت تکرار واقع میشود. کسر اعشاری که از اجرای چنین عملیهٔ تقسیم به وجود میآید به نام کسر اعشاری متوالی (پی در پی) یا میشود.

مثلاً : $\frac{۱}{۳} = ۰,۳۳۳$

مثال ۱ : خارج قسمت افاده های $\frac{۲۰}{۶}$ و $\frac{۴۵}{۱۱}$ را به شکل کسر اعشاری آنها حاصل کنید.

۲۰	۶
-۱۸	۳,۳۳۳

۲۰
- ۱۸
۲۰
- ۱۸
۲۰
-۱۸
۲

به همین ترتیب

۴۵	۱۱
-۴۴	۴,۰۹۰۹

۱۰۰
- ۹۹
۱۰۰
- ۹۹
۱

در نتیجه $\frac{۲۰}{۶}$=۳,۳۳۳۰۰۰ و $\frac{۴۵}{۱۱}$=۴,۰۹۰۹۰۰۰ حاصل میشود. برای چنین کسر اعشاری متوالی خارج قسمت را چنین مینویسند.

$۳,\overline{۳} = \frac{۲۰}{۶}$ و $۴,\overline{۰۹} = \frac{۴۵}{۱۱}$ یعنی بالای رقمهای تکـراری خـارج قسمت، علامت خطک (-) را نوشته می‌کنند و چنین خوانده میشود ۳ دهم متـوالی و همچنان ۹ صدم متوالی. در بعضی وقت برای نشان دادن کسر متوالی یک نقطه را بالای رقم متوالی نوشته می نمایند. مثلاً :

$\frac{۱}{۳} = ۰,\dot{۳}$ ویا $\frac{۶}{۱۱} = ۰,\dot{۵}\dot{۴}$

و اگر ارقام از دو رقم بیشتر باشد، بالای ارقام اول و آخرش نقطـه گذاشـته میـشود. مثلاً:

$$\frac{۲۶}{۱۱۱} = ۰,\dot{۲}۳\dot{۴}$$

فعالیت ها

کسرهای ذیل را به کسر اعشاری تبدیل کرده و بگویید که کدام آنها متوالی و کدام آن‌ها متوالی نیست.

$\frac{۱}{۲}$ ، $۱۱\frac{۳}{۹}$ ، $۱۸\frac{۵}{۱۱}$ ، $۱۲\frac{۱}{۴}$ ، $۱۶\frac{۴}{۵}$

$\frac{۳}{۱۱}$ ، $۱۲\frac{۹}{۴}$

۲ – حالت دوم:

قبلاً گفته شده که برای تبدیل کردن کسر اعشاری بـه کـسر عـام عـوض هـر رقـم قسمت اعشاری، در مخرج صفر قرار داده و عوض علامت اعـشاری رقـم (۱) نوشـته میشود که با مثالها کار شده اند. در صورتی که کسر اعشاری متـوالی باشـد. در ایـن حالت عوض هر رقم اعشاری در مخرج ۹ نوشته می‌شود.

مثال۱: $\frac{۱}{۳} = \frac{۳}{۹} = ۰,\dot{۳}$ $\qquad$ $۲\frac{۵}{۱۱} = ۲\frac{۴۵}{۹۹} = ۲,\overline{۴۵}$

هر گاه کسر اعشاری مرکب از ارقام متوالی و غیر متوالی باشد از تمام ارقام عدد اعـشاری عـدد ارقام غیر متوالی را تفریق کرده، در مخرج به تعداد ارقام متوالی ۹ و به تعداد ارقـام غیرمتـوالی صفر میگذاریم. مثلاً در عدد ۰,۲۳۷ که رقم ۷ متوالی و ۲۳ غیر متوالی اند.

$$۰,۲۳\overline{۷} = \frac{۲۳۷ - ۲۳}{۹۰۰} = \frac{۲۱۴}{۹۰۰} = \frac{۱۰۷}{۴۵۰}$$

مثال۲: کسر اعشاری متوالی $۹,۶۷\dot{۴}۳\dot{۲}$ را که رقم عدد ۴۳۲ آن متـوالی و ۶۷ غیـر متوالی است.چنین به کسر عام تبدیل میکنیم.

$$۹,۶۷۴۳۲ = ۹\frac{۶۷۴۳۲ - ۶۷}{۹۹۹۰۰} = ۹\frac{۶۷۳۶۵}{۹۹۹۰۰} = ۹\frac{۴۹۹}{۷۴۰}$$

در مثال دوم، اگر بخواهیم کسر عام غیر واجب شده به دست آید. قسمت صـحیح را در عملیه تفریق با مفروق و مفروق منه یکجا میگیریم.

$$۹,۶۷۴۳۲ = \frac{۹۶۷۴۳۲ - ۹۶۷}{۹۹۹۰۰} = \frac{۹۶۶۴۶۵}{۹۹۹۰۰} = \frac{۷۱۵۹}{۷۴۰}$$

سوالات:

۱. کسر های مرکب متوالی و غیر متوالی ذیل را به کسر عام تبدیل کنید.

$۰,۸\dot{۱}۳\dot{۲}$ ، $۰,۹\dot{۲}۴$ ، $۰,\dot{۲}۰۵\dot{۶}$ ، $۷,۲\dot{۳}$ ، $۹,۵\dot{۲}۱۷\dot{۹}$

فصل سوم

نسبت، تناسب و فیصد

هدف: شاگردان مفهوم نسبت، تناسب و فیصد را فهمیده در وقت ضرورت از آن استفاده وهم استعمال کرده بتوانند.

۱ - نسبت:

شاگردان عزیز اگر دو توپ تکه که طول یکی آن ۵۰ متر و طول دیگرش ۲۰ متر است موجود باشد، برای اینکه بدانیم طول توپ تکهٔ اول، چند چند طول توپ تکهٔ دومیست. در این صورت باید طول توپ تکه اولی را تقسیم طول توپ تکه دومی نماییم یعنی:

۵۰ ÷ ۲۰ = ۲,۵

پس گفته میتوانیم طول توپ تکه اولی ۲,۵ چند طول توپ تکه دومیست.

به همین ترتیب اگر از جمله دو صنف شاگردان که در صنف اول ۳۶ نفر شاگرد و در صنف دوم ۱۲ نفر شاگرد موجود است. و از شما پرسیده شود که: کدام صنف شاگردان بیشتر داشته و نسبت به صنف دیگر چی تعداد زیاد است؟ شما جواب قسمت اول سوال را چنین دریافت کرده میتوانید. ۳۶ − ۱۲ = ۲۴

یعنی شاگردان صنف اول نسبت به شاگردان صنف دوم ۲۴ نفر بیشتر اند. لیکن جواب قسمت دوم سوال را به واسطه تقسیم میتوانیم چنین پیدا کنیم.

۳۶ ÷ ۱۲ = ۳

در نتیجه میگوییم که تعداد شاگردان صنف اول نسبت به تعداد شاگردان صنف دوم سه مرتبه زیادتر است، پس از حل دو مثال چنین گفته میتوانیم که:

نسبت بین دو کمیت از یک جنس عبارت از عددی است که نشان میدهد کمیت اول چند برابر کمیت دوم وکمیت دوم چند مرتبه شامل کمیت اول میباشد و یا معکوس آن. مثلاً: اگر بگوییم نسبت بین دو وزن $\frac{۳}{۴}$ است مطلب این است که وزن

اول $\frac{۳}{۴}$ حصه وزن دوم است. یا به عبارت دیگر وزن اول در صورتی به دست می آید که وزن دوم به چهار حصه مساوی تقسیم شود و ۳ حصه آن گرفته شود.

برای نشان دادن نسبت بین دو عدد از خط کسری، یا از علامهٔ (:) و یا از علامهٔ (÷) کار گرفته و چنین مینویسیم. $\frac{۳}{۴}$، ۴ ÷ ۳، ۴ : ۳

و لی نمایش نسبت، به شکل کسری زیاد تر معمول است.

تذکر باید داد: وقتی یک نسبت را بین دو کمیت تشکیل کرده میتوانیم که هر دوی آن به یک واحد اندازه شده باشند. اگر عین واحد را نداشته باشند در آن صورت یکی را از جنس واحد دیگری تبدیل میکنیم مثلاً:

$$\frac{۲۰۰ \text{ سانتی متر}}{۵ \text{ متر}} = \frac{۲۰۰ \text{ سانتی متر}}{۱۰۰ \times ۵ \text{ سانتی متر}} = \frac{۲۰۰}{۵۰۰} = \frac{۲}{۵}$$

نسبت تنها یک عدد مجرد است که واحد ندارد، زیرا واحد مشترک صورت و مخرج با هم اختصار میگردد.

نسبت بین اعداد کسری نیز نوشته شده می‌تواند، ولی در این صورت یک نسبت باید ساده شود.

مثلاً: نسبت بین $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۵}{۶}$ اینطور نوشته می‌شود.

$$\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۵}{۶}} = \frac{۳}{۴} \div \frac{۵}{۶} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۶}{۵} = \frac{\overset{۹}{\cancel{۱۸}}}{\underset{۱۰}{\cancel{۲۰}}} = \frac{۹}{۱۰}$$

یا

$$\frac{۱,۵}{۲,۱} = \frac{\overset{۵}{\cancel{۱۵}}}{\underset{۷}{\cancel{۲۱}}} = \frac{۵}{۷}$$

فعالیت ها

نسبت های ذیل را در یافت کنید.

الف: نسبت بین ۳۰ دقیقه و ۲ ساعت را.

ب : نسبت بین ۲ کیلو گرام برنج و ۸۰۰ گرام برنج را.

ج : نسبت بین ضلع مربع و محیط مربع را، در صورتیکه یک ضلع مربع ۸ سانتی متر باشد.

کار خانه گی: نسبت بین عدد های ۳۲ و ۱۶، بین ۶۳ و ۵۴، بین ۴۲ و ۲۴ را بعد از اختصار پیدا کنید.

۲ – نسبت های معکوس:

دو نسبت وقتی معکوس یکدیگر اند که یکی آن از معکوس دیگرش حاصل شده باشد.

مثلاً: $\frac{۵}{۷}$ و $\frac{۷}{۵}$ که عکس یکدیگر است.

حاصل ضرب دو نسبت معکوس، مساوی به واحد (یک است) مانند.

$$\frac{\overset{۱}{\cancel{۷}}}{\underset{۱}{\cancel{۵}}} \times \frac{\overset{۱}{\cancel{۵}}}{\underset{۱}{\cancel{۷}}} = \frac{۱ \times ۱}{۱ \times ۱} = \frac{۱}{۱} = ۱$$

مثال ۱ : مساحت یک باغ ۶ جریب و مساحت یک قطعه زمین ۱۸ جریب است. نشان دهید که زمین چند برابر باغ است؟

$$\text{نسبت} = \frac{\overset{۳}{\cancel{۱۸}}\text{جریب}}{\underset{۱}{\cancel{۶}}\text{جریب}} = ۳$$

حالا گفته میتوانیم که مساحت زمین سه چند مساحت باغ است. بعضی وقت چنین واقع میشود که نسبت بین دو عدد ویکی از اعداد، داده شده میباشد مطلوب دریافت عدد دومی میباشد.

مثال۲: اگر نسبت دو عدد $\frac{۳}{۵}$ بوده حد دوم (عدد دوم) آن ۲۵ باشد عدد دیگرش را معلوم کنید.

حل: چون $\frac{\text{عدد مطلوب}}{۲۵} = \frac{۳}{۵}$

پس عدد مطلوب $= \frac{۳ \times ۲۵}{۵} = ۱۵$ میباشد.

مثال ۳ : در یک مخلوط میوه مقدار خسته و کشمش به ۵ : ۳ موجود است. در یک کیلو گرام مخلوط مذکور چند گرام خسته و چند گرام کشمش موجود است؟

حل: مجموع اجزای مخلوط = ۸ = ۳ + ۵ است.

یاد داشت: در مثال ۳ (۵ : ۳) به مفهوم سه نسبت پنج است، زیرا افادهٔ ریاضی معمولاً از چپ به راست نوشته وخوانده می‌شود.

هر گاه تمام مخلوط به ۸ حصه مساوی تقسیم گردد، در هر حصهٔ مذکور ۵ حصه کشمش و ۳ حصه خسته است.

چون یک کیلو گرام = ۱۰۰۰ گرام است، پس:

$$\text{مقدار کشمش} = \frac{\overset{۱۲۵}{\cancel{۱۰۰۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۸}}} \times \frac{۵}{۱} = ۱۲۵ \times ۵ = ۶۲۵ \text{ گرام}$$

$$\text{مقدار خسته} = \frac{\overset{۱۲۵}{\cancel{۱۰۰۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۸}}} \times ۳ = ۱۲۵ \times ۳ = ۳۷۵ \text{ گرام}$$

مثال ۴ : محلول (۴۰) لیتر شربت و آب نسبت (۳) و (۱) را دارد. چی مقدار آب به آن علاوه گردد تا نسبت شربت و آب $\frac{۵}{۲}$ شود.

حل: مجموع نسبت محلول آب و شربت ۴ = ۳ + ۱ است.

$$\text{مقدار شربت} = \frac{\overset{۱۰}{\cancel{۴۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۴}}} \times ۳ = ۳۰ \text{ لیتر}$$

$$\text{مقدار آب} = \frac{\overset{۱۰}{\cancel{۴۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۴}}} \times ۱ = ۱۰ \text{ لیتر}$$

چون مقدار ۳۰ لیتر شربت ثابت است، پس باید تنها آب افزود گردد تا نسبت $\frac{۵}{۲}$ را بدهددر اینصورت:

$$\frac{۵}{۲} = \frac{۳۰}{\text{آب}}$$

$$\text{آب} = \frac{\overset{۶}{\cancel{۳۰}} \times ۲}{\underset{۱}{\cancel{۵}}} = ۱۲ \text{ لیتر}$$

چون قبلاً ۱۰ لیتر آب در محلول بود، پس مقدار آب که باید علاوه گردد ۲لیتر = ۱۰ - ۱۲ لیتر است.

کار خانه گی:

۱- اگر نسبت بین دو عدد $\frac{۵}{۷}$ باشد و یکی آن ۳۵ باشد عدد دیگرش را پیدا کنید.

۲- اگر عمر برادر کلان ۲۴ سال و عمر برادر خورد ۸ سال باشد. نسبت عمر برادر کلان و برادر خورد را معلوم کنید.

سوالات:

۱. نسبت بین ۱۵ دقیقه و ۱۸ ساعت چقدر است؟

۲. یک مخلوط (۳۵,۵) کیلو گرام کتله دارد. در این مخلوط (۲۲) کیلوگرام نقره و متباقی آن مس می باشد. اولاً نسبت بین مس و نقره چند است؟ ثانیاً نسبت بین کتلهٔ مس و کتلهٔ مخلوط، ثالثاً نسبت بین کتلهٔ نقره و کتلهٔ مخلوط را معلوم کنید.

۳. نسبت بین دو طول $۵\frac{۱}{۲}$ است، اگر طول اولی ۴۲,۵ متر باشد. طول دوم را معلوم کنید.

۴. عمر پدر ۶۵ سال و عمر پسرش ۲۵ سال است. نسبت عمر پدر و پسر را معلوم کنید.

۵. یک نسبت مساوی به $\frac{۳}{۷}$ پیدا کنید که مجموع دو حدش ۱۸۰ باشد.

۶. نسبت بین طول و عرض یک قطعه زمین $\frac{۲}{۳}$ است. اگر طول آن ۴۵ متر باشد عرضش چند است؟

۷. عمر پسر $\frac{۳}{۸}$ عمر پدر است. اگر پسر ۱۲ ساله باشد پدر چند ساله است؟

۸. یک برادر ۱۲ ساله و دیگر آن ۲۶ ساله است. نسبت بین عمر آنها چند است؟

۹. نسبت محیط و قطر دایره $\frac{۲۲}{۷}$ است. محیط دایره را معلوم کنید، در صورتی که قطر آن (۲۱,۸۴) سانتی متر باشد.

۳ – تناسب:

مساوی بودن دو نسبت را به نام تناسب یاد می‌کنند. مثلاً : $\frac{۱۲}{۱۵} = \frac{۴}{۵}$ یک تناسب است. زیرا نسبت $\frac{۱۲}{۱۵}$ با نسبت $\frac{۴}{۵}$ مساوی است. پس در این صورت یک تناسب به دست آمده است و میگوییم که نسبت بین دو عدد با نسبت دو عدد دیگر مساوی میباشد که آن چهار عدد یک تناسب را تشکیل میدهد.

از تعریف فوق چنین نتیجه میشود که یک تناسب چهار حد دارد. صورت نسبت اول و مخرج نسبت دوم را به نام طرفین تناسب، مخرج نسبت اول و صورت نسبت دوم را وسطین تناسب یاد می‌کنند. در مثال فوق عدد های ۴ و ۱۵ را طرفین تناسب و عدد های ۵ و ۱۲ را وسطین تناسب مینامند، سبب آن اینست که اگر نسبت های تناسب مذکور را به حالت اولی آن بنویسیم چنین میشود:

وسطین

۴ : ۵ = ۱۲ : ۱۵

طرفین

و هم تناسب $\frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$ چنین خوانده میشود.

$\frac{۵}{۷}$ مساوی است به $\frac{۱۵}{۲۱}$ یا نسبت ۵ با ۷ مساوی به نسبت ۱۵ با ۲۱ است.

خاصیت های حسابی در تناسب:

خاصیت اول:

به صورت عموم اگر یک تناسب ۱۲ : ۹ = ۴ : ۳ موجود باشد. در آن صورت حاصل ضرب طرفین تناسب مساوی به حاصل ضرب وسطین آن میشود. یعنی ۹ × ۴ = ۱۲ × ۳ است. این خاصیت را به نام خاصیت اساسی تناسب یاد می‌کنند.

مثال:

در تناسب $\frac{۲,۵}{۳,۵} = \frac{۵}{۷}$ دیده میشود.

۵ × ۳,۵ = ۷ × ۲,۵

۱۷,۵ = ۱۷,۵

هم چنان در تناسب.

$$\frac{\frac{۳۱}{۳}}{\frac{۲۵}{۲}} = \frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۲۵}{۳۱}} = \frac{\cancel{۳۱}}{۳} \times \frac{۲۵}{\cancel{۳۱}} = \frac{۲۵}{\cancel{۲}} \times \frac{\cancel{۲}}{۳}$$

$$= \frac{۲۵}{۳} = \frac{۲۵}{۳}$$

فعالیت ها

آیا تناسب های ذیل صحیح اند؟

$۲,۰۴ : ۰,۶ = ۲,۲۷ : ۰,۸$

$۰,۱۱۲ : ۰,۲۸ = ۰,۲۰۴ : ۰,۵۱$

$$\frac{۲}{۳} : \frac{۵}{۶} = \frac{۴}{۳} : \frac{۵}{۳}$$

$$۱\frac{۱}{۳} : \frac{۸}{۹} = ۲\frac{۲}{۵} : ۱\frac{۹}{۱۵}$$

نتیجه: اگر یکی از (۴) حد تناسب نا معلوم باشد آنرا پیدا کرده میتوانیم. مثلاً حد چهارم تناسب ۴ ، ۵ و ۲۴ چند است؟

حل : تناسب را چنین تشکیل داده میتوانیم.

$$\frac{۴}{۵} = \frac{۲۴}{?}$$

$$\text{عدد نام معلوم یا حد چهارم} = \frac{۵ \times ۲۴}{۴} = ۳۰$$

یعنی حاصل ضرب و سطین بر یک طرف طرفین تقسیم میگردد و حد نامـــعلوم به دست می آید. همچنان اگر حد اول تناسب نا معلوم باشد مطابق بـه قاعـده بـالا معلوم شده میتواند.

مثلاً : اگر تناسب بالا چنین و جود داشته باشد.

$$\frac{۲۴}{۳۰} = \frac{؟}{۵}$$

$$\text{حد اول} = \frac{\overset{۱}{\cancel{۵}} \times \overset{۴}{\cancel{۲۴}}}{\underset{۱}{\cancel{۳۰}}} = ۴$$

یعنی اگر یکی از طرفین تناسب نا معلوم باشد حاصل ضرب وسطین را بـــالای طرف معلوم تقسیم میکنیم طرف نا معلوم حاصل میشود.

فعالیت ها

حد های نا معلوم را پیدا کرده تناسب را تشکیل دهید.

$$\frac{۷,۶۲}{۶,۳۵} = \frac{۶۷,۸}{؟} \quad \text{و} \quad \frac{۱۱,۲}{۳۴,۴} = \frac{؟}{۵۱,۶}$$

کار خانه گی:

حد های نا معلوم را پیدا کنید.

$$\frac{۴\frac{۱}{۲}}{۲\frac{۱}{۴}} = \frac{؟}{۳\frac{۱}{۵}} \quad \text{و} \quad \frac{۵\frac{۱}{۴}}{?} = \frac{۵\frac{۳}{۵}}{۳\frac{۱}{۲}}$$

تناسب مستقیم و معکوس:

هرگاه در یک تناسب نسبت دو مقدار هم جنس با نسبت دو مقدار هم جنس دیگر مساوی باشد دو حالت در تناسب مذکور پیش می آید:

اول: اگر مقدار اول زیاد گردد بالمقابل مقدار دوم هم زیاد شود. و یا اگر مقدار اول کم شود بالمقابل مقدار دوم هم کم گردد. این چنین تناسب را تناسب مستقیم گویند و مقدار های مذکور با یکدیگر مستقیماً متناسب اند. مثلاً: اگر قیمت یکدانه تخم مرغ ۳ افغانی باشد قیمت ۲ دانه تخم مرغ۶ افغانی، قیمت ۳ دانه تخم مرغ ۹ افغانی.... می‌باشد. دراین مثال هر قدر تعداد تخم ها زیاد شود به همان اندازه پول قیمت های آن نیز زیاد می‌شود.

به همین قسم اگر قیمت یک کیلو گرام گوشت ۱۸۰ افغانی باشد، پس قیمت نیم کیلوگرام آن ۹۰ افغانی و قیمت $\frac{۱}{۳}$ آن ۶۰ افغانی و قیمت $\frac{۱}{۴}$ آن ۴۵ افغانی میشود. در این صورت دیده میشود: اگر مقدار گوشت کم میشود قیمت گوشت نیز کم میشود این مثالهای تناسب مستقیم میباشند. و برای تناسب مستقیم مثالهای ذیل را نیز ارایه کرده میتوانیم:

۱. وزن اجسام یا اشیاء با قیمت آنها : مانند وزن روغن، برنج، آرد، چوب، آهن و غیره با قیمت آنها.
۲. حجم اشیاء با قیمت آنها: مانند حجم شیر، تیل، پترول با قیمت آنها.
۳. اجوره کار گران با روزهای کار آنها.
۴. تعداد اشخاص با مقدار خوراک شان.
۵. مقدار تکه با تعداد البسه.
۶. مقدار حجم اشیاء با وزن شان، مستقیماً متناسب شده میتواند.

حالا کی میتواند بگوید که تناسب معکوس چی نوع یک تناسب است؟

دوم: هرگاه مقدار اول زیاد گردد، مقدار دومی کم شود و یا اگر مقدار اول کم شود مقدار دومی زیاد شود. این قسم تناسب را تناسب معکوس گویند، و مقدار ها معکوساً متناسب به یکدیگر نامیده می‌شوند.

مثلاً : اگر ۱۲ نفر یک کـار را در (۸) روز تمـام کنـد. ۶ نفـر آن را در ۱۶ روز تمـام خواهد کرد و ۴ نفر آن را در ۲۴ روز تمام خواهد کرد.

به همین قسم اگر یکنفر یک کار را در ۴ روز تمام کنـد ۲ نفـر آنـرا در ۲ روز و ۴ نفر آن را در یک روز تمام خواهد کرد.

در این مثالها دیده میشود که اگر تعداد نفر ها کم شوند به روز های زیاد ضـرورت است و هم چنان اگر تعداد نفرها زیاد شود به روز های کم ضرورت پیدا میشود. کـه مثالهای فوق مثالهای تناسب معکوس میباشند.

مثالهای تناسب:

۱. قیمت ۲۵ کیلو گرام کشمش ۲۵۰۰ افغانیست. قیمـت ۱۲۴ کیلـو گـرام چنـد افغانی میشود؟

حل:

$$\frac{\text{۲۵ کیلو گرام کشمش}}{\text{۱۲۴ کیلو گرام کشمش}} = \frac{\text{۲۵۰۰}}{?}$$

$$\text{حد چهارم} = \frac{\overset{\text{۱۰۰}}{\cancel{\text{۲۵}}}\overset{\text{۱۰۰}}{\cancel{\text{۰۰}}} \times \text{۱۲۴}}{\underset{\text{۱}}{\cancel{\text{۲۵}}}} = \text{۱۲۴۰۰ افغانی}$$

۲. قیمت ۲,۵ متر تکه ۱۹۵ افغانیست. قیمت ۱,۷ متر تکه را پیدا کنید.

حل:

$$\frac{\text{۲,۵}}{\text{۱,۷}} = \frac{\text{۱۹۵}}{?}$$

$$\text{حد چهارم} = \frac{\text{۱۹۵} \times \text{۱,۷}}{\text{۲,۵}} = \frac{\text{۳۳۱۵}}{\text{۲۵}} = \text{۱۳۲,۶افغانی}$$

۳. احمد یک کار را در ۱۲ روز و محمود آنرا در ۱۸ روز به پایان میرساند.
اگر هر دوی آنها یکجا کار کنند کار را در چند روز انجام خواهند داد؟

حل: اول باید کار یک روزهٔ هر یک را معلوم کنیم، احمد در یک روز $\frac{۱}{۱۲}$ حصهٔ کار را انجام میدهد. محمود در یک روز $\frac{۱}{۱۸}$ حصهٔ کار را انجام می‌دهد.

هر دوی شان در یک روز:

$$\frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۸} = \frac{۳}{۳۶} + \frac{۲}{۳۶} = \frac{۵}{۳۶}$$

پس: احمد و محمود تمام کار را در $\frac{۳۶}{۵} = ۷,۲$ روز تمام خواهند کرد.

فعالیت ها

در جدول زیر محیط مربعی را با طول ضلع های متفاوت می بینید جدول را تکمیل کرده تعداد سوالهایی که ارایه شده است جواب دهید.

اندازهٔ ضلع به متر	۳		۵			۱,۵
محیط به متر	۱۲	۳۶		۸۰	۱۰	

نسبت های $\frac{\text{ضلع مربع}}{\text{محیط مربع}}$ در جدول فوق ثابت و مساوی به $\frac{۱}{۴}$ است، آیا در نسبت های $\frac{\text{محیط مربع}}{\text{ضلع مربع}}$ فرقی به مشاهده میرسد یا خیر؟

آیا نسبت محیط مربع بر ضلع آن یک عدد ثابت است؟

کار خانه گی:

۱. تناسب $\frac{۴}{۸} = \frac{۷}{۱۴}$ را به تمام اشکال ممکنهٔ تناسب بنویسید.

سوالات:

۱. سه حد اول یک تناسب $۷\frac{۱}{۸}$ ، ۵ و $۹\frac{۱}{۱۱}$ است حد چهارم آن چند است؟

۲. سه حد اول یک تناسب $\frac{۵}{۷}$، $\frac{۷}{۸}$ و $\frac{۲}{۳}$ است. حد چهارم آن را معلوم کنید.

۳. الف: در یک کار خانه شیرینی پزی برای تهیه کردن کیک به هر ۳ کیلو گرام آرد، ۲ کیلو گرام بوره ضرورت است. اگر شیرینی پز بخواهد از ۴۵ کیلو گرام آرد کیک را تهیه نماید به چند کیلو گرام بوره ضرورت است؟

ب: برای تهیه کردن این نوع کیک به ۳ کیلو گرام آرد و ۵ دانه تخم مرغ نیز ضرورت می‌باشد به ۴۵ کیلو گرام آرد چند دانه تخم مرغ ضرورت خواهد بود؟

۴. کتلهٔ یک کره فولادی که حجم آن ۶ سانتی متر مکعب است ۴۶,۸ گرام وزن دارد. کتلهٔ کرهٔ دیگری را که از عین فولاد ساخته شده است معلوم کنید، در صورتی که حجم آن ۲,۵ سانتی متر مکعب باشد.

۵. از ۲۰ کیلو گرام آلوبالو ۱۶کیلو گرام آب آلوبالو حاصل میشود. از ۴۵ کیلوگرام آلو با لو چقدر آب آن حاصل خواهد شد؟

۶. یک نسبت مساوی به $\frac{۵}{۸}$ پیدا کنید که مجموع دو حد آن (۱۱۷) باشد.

۷. یک نسبت مساوی $\frac{۵}{۸}$ را پیدا کنید که اختلاف یا تفاوت دو حد آن ۱۵ باشد.

۸. اجورهٔ ۱۶ نفر مزدورکار ۲۴۰۰ افغانیست. اجورهٔ ۱۲ نفر را معلوم کنید.

۹. از ۳۰۰ کیلو گرام آرد ۳۶۰کیلوگرام نان پخته به دست می آید. برای ۲۳۰ کیلوگرام نان پخته چند کیلو گرام آرد ضرورت است؟

۱۰. ۵ متر تکه ۱۱۵۰ افغانی قیمت دارد، قیمت ۲۷ متر آنرا معلوم کنید.

۱۱. کارگری در ۸ روز (۳۲۰۰) افغانی اجوره گرفته است. اگر کارگر مذکور ۱۱ روز کار کند چند افغانی اجوره میگیرد؟

۱۲. یک نل یک حوض را در ۴۰ ساعت و نل دیگر آن حوض را در (۶۰) ساعت پر میکند. اگر هر دو نل یکجا شوند حوض را در چند ساعت پر خواهند کرد؟

۱۳. قیمت $\frac{۳}{۴}$ حصهٔ یک باغچه (۱۸۰۰۰۰) افغانیست. قیمت $\frac{۲}{۳}$ حصهٔ باغچه مذکور چند افغانیست؟

فیصد:

در اکثر معاملات روز مره برای سهولت کار حسابی بالخاصه در تجارت برای معلوم کردن نفع، ضرر، مصارفات، افزایش و کاهش سرمایهٔ بانک ها و احصائیه، مقایسهٔ نسبت اعداد، فیصد مورد استفاده قرار می گیرد. فیصد در حقیقت یک صدم حصهٔ یکعدد است که نماینده گی قسمتی از کل شی را میکند. فیصد عبارت از یک نسبت است که حد اول آن مقایسه به صد میشود یا فیصد در حقیقت یک کسریست که مخرجش ۱۰۰ باشد. و علامهٔ فیصد این (٪) است، مثلاً اگر مطلب ما سه فیصد باشد این طور نوشته میشود (٪ ۳) یا پنج فیصد (٪ ۵) یا اگر گفته شود که دو فیصد عایدات یا فایدهٔ سالانه تاجران به مالیات بر عایدات داده می‌شود، مقصد آن اینست که هر تاجر از هر صد افغانی(۲) افغانی را مالیات میپردازد. به همین ترتیب اگر گفته شود (۱۰) فیصد کرایه خانه حق مالیات است، پس دقیقاً میدانیم که در صد افغانی (۱۰) افغانی را مالیات میپردازیم.

حال میخواهیم رابطهٔ فیصد را با کسرها در شکل های ذیل که هر کدام به صد حصه مساوی تقسیم شده است. و چند فیصد شکل را تشکیل میدهد نشان بدهیم. اینکه بین حصه های سیاه شده و تمام حصه های شکل کدام کسر موجوداست؟

شکل الف

$$\frac{۱}{۵} = \frac{۲۰}{۱۰۰} = ٪\ ۲۰$$

شکل ب

$$\frac{۱}{۴} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = ٪\ ۲۵$$

در شکل الف دیده میشود که از صد حصه ۲۰ حصه آن سیاه شده است. یعنی تعداد حصه های سیاه شده در شکل الف ٪ ۲۰ یا بیست در صد است و کسر مربوط آن عبارت از : $\frac{۱}{۵} = \frac{۲۰}{۱۰۰} = ٪ ۲۰$ است.

همچنان در شکل (ب) نیز دیده می‌شود که از صد حصه ۲۵ حصه آن سیاه شده است. یعنی تعداد حصه های سیاه شده در شکل ٪ ۲۵ یا ۲۵ در صد است و کسر مربوط آن عبارت از $\frac{۱}{۴} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = ٪ ۲۵$ میباشد.

حال مثال هایی را در نظر میگیریم تا بدانیم که چطور می‌توانیم مقدار های فیصدی، یا مقدار اصلی و غیره را دریافت کنیم.

فیصد به طریقهٔ تناسب:

مثال ۱: در یک نانوایی برای تهیه هر ۱۰ کیلو گرام خمیر ۶ کیلو گرام آرد لازم است. برای تهیه ۱۰۰ کیلو گرام خمیر چند کیلو گرام آرد ضرورت است؟ ارتباط کمیت ها را در یک جدول چنین بر قرار می‌سازیم:

کیلو گرام آرد	۶	۶۰
کیلو گرام خمیر	۱۰	۱۰۰

به کمک جدول تناسب می بینیم که در ۱۰۰ کیلو گرام از این خمیر ۶۰ کیلو گرام آرد ضرورت است و معمولاً میگوییم ۶۰ در صد خمیر آرد است. و ۶۰ در صد چنین نوشته میشود. ٪ ۶۰

مثال ۲ : برای تهیه هر ۵ کیلو گرام از یک نوع نخ ۲ کیلو گرام پشم به کار رفته است، معلوم کنید که چند فیصد این نخ پشم است. حل این مثال را به کمک جدول تناسب چنین دریافت کرده میتوانیم.

پشم	۲	۴۰
نخ	۵	۱۰۰

$$\frac{۲}{۵} = \frac{?}{۱۰۰}$$

دیده میشود که برای ۱۰۰ کیلو گرام نخ، ۴۰ کیلو گرام پشم ضرورت است. به عبارت دیگر ۴۰ در صد و یا(٪ ۴۰). از حل مثال های فوق معلوم میشود که حسابات فیصدی دارای چهار حد است. که اگر یک حد آن نامعلوم باشد به طریقه تناسب میتوانیم از روی سه حد معلوم آنرا پیدا کنیم.

مثال ۱: شخصی در ۶۰۰۰ افغانی ۶۰۰ افغانی مفاد کرده است. مفاد فیصدی آن چند است. از روی تناسب

۶۰۰۰ افغانی	۶۰۰ افغانی
۱۰۰ افغانی	؟ افغانـــی

حل:

$$\frac{۶۰۰}{؟} = \frac{۶۰۰۰}{۱۰۰}$$

$$\text{حد دوم} = \frac{\overset{۱}{\cancel{۶۰۰۰}} \times \cancel{۱۰۰}}{\underset{۱}{\cancel{۶۰۰۰}}} = \text{افغانی} \quad ۱۰ = ۱۰\,٪$$

مثال ۲: برای معلوم کردن فیصدی مقدار مربوط، حاصل ضرب مقدار مربوط در (۱۰۰) را بر مقدار اصلی تقسیم میکنیم. مانند مثال ذیل:

اگر از ۲۰۰۰ کیلو گرام آب دریا ۶۰۰ کیلو گرام نمک به دست آید، فیصدی نمک مذکور را معلوم کنید.

مقدار آب	مقدار نمک
۲۰۰۰	۶۰۰
۱۰۰	؟

حل:

$$\text{حد دوم} = \frac{\overset{۳}{\cancel{۶۰۰}} \times \cancel{۱۰۰}}{\underset{۱}{\cancel{۲۰۰۰}}} = ۳۰\,٪$$

مثال ۳: ۸۰۰ کیلو گرام قند از روی ٪ ۴۵ از چقدر لبلبو به دست می آید؟

قند	لبلبو
۴۵	۱۰۰
۸۰۰	؟

$$\text{حد دوم} = \frac{\overset{۱۶۰}{\cancel{۸۰۰}} \times ۱۰۰}{\underset{۹}{\cancel{۴۵}}} = \frac{۱۶۰ \times ۱۰۰}{۹} = ۱۷۷۷,۷$$

یاد داشت: مقصد از مقدار مربوط کمیتیست که به کمیت اصلی ارتباط میداشته باشد.

از اینجا نتیجه گرفته می شود که: اگر فیصدی مربوط معلوم باشد برای به دست آوردن مقدار اصلی، مقدار مربوط را ضرب (۱۰۰) نموده بالای فیصدی داده شده تقسیم میکنیم.

مثال ۴: اگر فیصدی مقدار اصلی معلوم باشد و بخواهیم که مقدار مربوط آنرا معلوم کنیم ضرورت است که مقدار فیصدی را ضرب مقدار اصلی نموده تقسیم بر (۱۰۰) کنیم مانند مثال ذیل:

۶۰۰ لیتر شربت ٪ ۱۵ داریم میخواهیم مقدار شربت خالص را معلوم کنیم.

شربت خالص	شربت
۱۵	۱۰۰
?	۶۰۰

حل:

۹۰ لیتر شربت خالص = ۱۵ × ۶ = $\frac{۱۵ \times ۶۰۰}{۱۰۰}$ = حدچهارم

فعالیت ها

شاگردان در صنف شکل ها را رسم کرده در آن ٪ ۷۰، ٪ ۲ و هم $\frac{۷۵}{۱۰۰}$ را نشان دهند.

سوالات:

۱. شخصی در ۲۶۰۰۰ افغانی ۸۰۰۰ افغانی فایده کرده است. فیصدی فایدهٔ آن را معلوم کنید.

۲. در ۶۰ لیتر شیر ۴۰ لیتر آب مخلوط است. مقدار فیصدی شیر خالص را پیدا کنید.

۳. اگر از ۵۰ کیلو گرام شیر $۴\frac{۷۵}{۱۰۰}$ کیلو گرام روغن به دست آید معلوم کنید که از ۱۰۰ کیلو گرام شیر چقدر روغن به دست می آید.

۴. از قرار ٪ ۶۰، نفع یک سر مایه ۵۶۰ افغانی میشود سر مایهٔ اصلی را پیدا کنید.

۵. از یک مقدار بادام ۶۵۰ کیلو گرام روغن به دست آمده است. اگر بادام ٪ ۳۰ روغن داشته باشد مقدار بادام را معلوم کنید.

۶. در یک امتحان ۲۵۰۰ شاگرد شامل شده است. اگر از جملهٔ آنها ۲۰۰۰ شاگرد کامیاب شده باشد فیصدی شاگردان کامیاب شده را معلوم کنید.

۷. شخصی یک موتر را خریده است که محصول گمرکی آن را ۸۵۰۰۰ افغانی تحویل نموده است. اگر محصول گمرکی آن ٪ ۶۲ قیمت اصلی را تشکیل دهد. قیمت اصلی موتر مذکور را معلوم کنید.

۸. ۶۵ کیلو گرام نشایسته از یک مقدار برنج به دست می آید. اگر برنج ٪ ۸۵ نشایسته داشته باشد مقدار برنج را معلوم کنید.

۹. فیصدی های ذیل را به شکل کسر عام بنویسید.

٪ ۹۶ ، ٪ ۸۵ ، ٪ ۶۰ ، ٪ ۱۲ ، ٪ ۵ ، ٪ ۲۵ ، ٪ ۳۱ ، ٪ ۴۵

۱۰. یک وزارت معاش ما مورین خود را ٪ ۴۱ زیاد کرده است. اگر معاش سابقه یک مامور ۳۵۰۰ افغانی باشد معاش فعلی او چند افغانی است؟

۱۱. در نتیجه امتحان کانکور سال ۱۳۸۴ ازجملهٔ ۴۵۰۰۰ فارغ التحصیل صنوف ۱۲ به تعداد ۱۵۰۰۰ نفر به تحصیلات عالی راه یافت، لیکن در نتیجه امتحان کانکور سال ۱۳۸۵ از جملهٔ ۶۰۰۰۰ فارغ التحصیل به تعداد ۱۸۰۰۰ نفر آن به تحصیلات عالی راه یافت معلوم نمایید فیصدی کامیاب ها در کانکور کدام سال بیشتر می باشد.

فصل چهارم

واحدات اندازه گیری
(سیستم متریک)

هدف: شاگردان با کسب این دانش بتوانند اشیای قابل پیمایش را در زنده گی یومیه اندازه گیری نمایند.

۱ – واحد طول: واحد طول در سیستم متریک چیست؟

اکثر ممالک جهان برای واحدات اندازه گیری، سیستم متریک را استعمال می‌کنند.

واحد اندازه گیری طول در سیستم متریک متر است. و آن عبارت از $\frac{۱}{۴۰۰۰۰۰۰۰}$ حصهٔ نصف النهار کرهٔ زمین است. متر دارای اجزاء و اضعاف است. به قرار ذیل:

اجزای متر:

دیسی متر، سانتی متر، ملی متر

این تصویر یک مار است که تقریباً یک متر طول دارد.

۱متر= ۱۰دیسی متر

کرم زمینی که تقریباً یک دیسی متر طول دارد.

۱متر = ۱۰۰ سانتی متر

این مورچه تقریبا یک سانتی متر طول دارد

۱متر= ۱۰۰۰ ملی متر

این خال تقریباً یک مْلی متر طول دارد

۱دیسی متر = ۱۰ سانتی متر

۱سانتی متر = ۱۰ ملی متر

اضعاف متر: (واحدات طول که نظر به متر بزرگتر اند به نام اضعاف متر یاد میشوند.)

۱ کیلو متر = ۱۰۰۰ متر

۱هکتو متر = ۱۰۰ متر

۱دیکا متر = ۱۰ متر

۱ کیلومتر = ۱۰ هکتو متر

۱هکتو متر = ۱۰ دیکا متر

باید گفت که اجزای متر و همچنان اضعاف متر ۱۰، ۱۰ ترقی و تنزل دارند.

فعالیت ها

جنس	طول اجناس طور تخمین	طول دقیق اجناس توسط اندازه گیری
طول کتاب به دیسی متر		
طول میز به سانتی متر		
طول پنسل‌پاک‌به‌ملی متر		
طول صنف به متر		

بگویید از درس چی نتیجه گرفتید متر دراز تر است یا دیسی متر؟

دیسی متر دراز است یا سانتی متر؟

ملی متر دراز است و یا سانتی متر؟

باید گفت که: اگر واحدهای بزرگتر را بـه واحـدهای کـوچکتر تبـدیل کنـیم ضـرب میکنیم و اگر واحدهای کوچکتر به بزرگتر تبدیل شوند از عملیهٔ تقسیم کار میگیریم.

مثال۱: تبدیل واحد بزرگتر به واحد کوچکتر. ? سانتی متر = ۳ متر

چون ۱۰۰ سانتی متر = ۱ متراست.

یعنی

۱ متر	۱ متر	۱ متر
۱۰۰ سانتی متر	۱۰۰سانتی متر	۱۰۰سانتی متر

۳۰۰سانتی متر = ۳ متر

مثال۲: تبدیل واحد کوچکتر به واحد بزرگتر:

? سانتی متر = ۵۰ ملی متر

چون ۱۰ ملی متر = ۱سانتی متراست

۱۰ملی متر	۱۰ملی متر	۱۰ملی متر	۱۰ملی متر	۱۰ملی متر
۱سانتی‌متر	۱سانتی‌متر	۱سانتی‌متر	۱سانتی‌متر	۱سانتی‌متر

پس ۵۰ ÷ ۱۰ = ۵

۵ سانتی متر = ۵۰ ملی متر

چارت ذیل تبدیل واحدهای بزرگ را بـه واحـدهای کوچـک و همچنـان واحـدهای کوچک را به بزرگ نمایش میدهد.

کار خانه گی:

سه شی را انتخاب کنید و طول آنرا در خانه به سانتی متر اندازه گیری نموده در کتابچـه های خود یاد داشت نمایید وفردا با خود بیاورید.

سوالات:

۱– به متر تبدیل کنید.

۱۲۵ سانتی متر را.

۴۲۵ دیکامتر را.

۴۵۰۰ ملی متر را.

۲- به سانتی متر تبدیل کنید.

۲۵۰ دیسی متر را.

۴ هکتو متر را.

۷۸۰۰ کیلو متر را.

۹۰۰۰ ملی متر را.

۳- یک تونل که درازی آن به ۲۰۰ متر می‌رسد، در نظر است غرض تنویر آن علاوه بر اینکه در هر ۲۰ متری‌اش یک گروپ نصب شود. در شروع و ختم آن نیز یک یـک گـروپ نـصب گردد. تعداد گروپ های مورد ضرورت را معلوم کنید.

۲ - واحد کتله:

قبل از اینکه واحد کتله را بشناسیم لازم است تا نخست خود کتله معرفی شود. تمام ذراتیکه جسم یک شی را تشکیل میدهد به نام کتلهٔ همان شی یاد می‌شود. واحد کتله در سیستم متریک کیلوگرام و گرام میباشند. معمولاً کتلهٔ اشیاء را به همین دو واحد کتله پیمایش می‌نمایند.

کتله این انگور کشمشی تقریباً یک گرام است.

کتله این قاش خربوزه تقریباً یک کیلو گرام است. حالا بگویید که یک گرام یک خربوزه زیاد است یا یک کیلو گرام آن؟

اجزای گرام:

دیسی گرام، سانتی گرام و ملی گرام.

۱۰ دیسی گرام = ۱گرام

۱۰۰سانتی گرام = ۱گرام

۱۰۰۰ ملی گرام = ۱ گرام

اضعاف گرام:

دیکا گرام، هکتو گرام وکیلو گرام.

۱۰۰۰ گرام = ۱کیلوگرام

۱۰۰ گرام = ۱ هکتو گرام

۱۰ گرام = ۱ دیکا گرام

اجزاء و اضعاف واحد کتله نیز ۱۰، ۱۰ ترقی و تنزل دارند.

اگر واحدهای بزرگتر را به واحدهای کوچکتر تبدیل نماییم، مانند واحدهای طول ضرب می‌کنیم و اگر واحدهای کوچکتر را به واحدهای بزرگتر تبدیل کنیم از عملیهٔ تقسیم کار می‌گیریم:

مثال۱: می‌خواهیم واحد کوچکتر را به واحد بزرگتر تبدیل کنیم.

? کیلو گرام = ۴۰۰۰ گرام

چون ۱کیلو گرام = ۱۰۰۰ گرام است.

یعنی:

پس: ۴= ۱۰۰۰ ÷ ۴۰۰۰

یا ۴کیلوگرام = ۴۰۰۰ گرام

مثال۲: می‌خواهیم واحد بزرگتر را به واحد کوچکتر تبدیل کنیم.

? گرام = ۶دیکاگرام

چون ۱۰ گرام = ۱دیکاگرام

یعنی:

پس ۶۰ = ۱۰ × ۶

یا ۶۰گرام = ۶ دیکاگرام

یاد داشت: در سیستم متریک برای اندازه گیری اشیای بزرگ (تُن) را استعمال می‌کنند طوریکه یک تن و مساوی (۱۰۰۰) کیلوگرام می‌شود.

چارت ذیل تبدیل واحدهای بزرگتر کتلـه را بـه کـوچکتر آن و معکوسـاً واحـدهای کوچکتر کتله را به بزرگتر آن نمایش می‌دهد:

فعالیت ها :

اشیاء	کتلهٔ تخمینی توسط حدس زدن	کتلهٔدقیق توسط اندازه گیری با ترازو

کدامیک از اشیاء فـوق کمتـرین کتلـه را دارد و کـدامیک کتلـهٔ زیـاد تـر از یـک کیلو گرام را دارد.آیاحدس و تخمین شما با اندازه گیری شما عین چیز است یا فرق دارد؟

کارخانه گی: کتلهٔ یک دانه سیب ۰,۱۶کیلوگرام و کتلـه یـک قـاش خربـوزه ۰,۵ کیلوگرام است، کتله مجموعی هردو چند کیلوگرام می‌شود؟

واحد زمان (وقت):

در تمام دنیا برای پیمایش زمان یا وقت ساعت و ثانیه را به کار می‌برند طوریکه:

۶۰ دقیقه = ۱ساعت

۶۰ثانیه = ۱ دقیقه

۳۶۰۰ثانیه = ۶۰ × ۶۰ = ۱ ساعت

واحدهای بزرگتـر از سـاعت (اضـعاف زمـان) شـبانه روز، هفتـه، مـاه، سـال و قـرن می‌باشند.

۲۴ ساعت = یک شبانه روز

۷ شبانه روز = یک هفته

۳۰ شبانه روز = یک ماه

۴ هفته (تقریبا) $\approx$ یکماه

۵۲هفته = یکسال

۳۶۵ روز = یکسال عادی

۳۶۶روز = یکسال کبیسه

۱۰۰سال = یک قرن

در تبدیل واحدهای بزرگ زمان به واحدهای کوچک آن از عملیهٔ ضرب و معکوساً برای تبدیل واحدهای کوچک زمان به واحدهای بزرگ آن از عملیهٔ تقسیم کار می‌گیرند.

به خاطر باید داشت که واحدهای طول، کتله و زمان واحدهای اساسی در سیستم متریک اند.

فعالیت:

۱. به یک ساعت بند دست و یا ساعت سرمیزی به مدت یک دقیقه ببینید. عقربهٔ ثانیه گرد دورا دور صفحهٔ ساعت را در هر دقیقه یکدور میزند.

۲. بایک رفیق خود مشترکاً کار نمایید بدون اینکه به ساعت خود ببینید و قتی که یکدقیقه را در بر میگیرد حدس بزنید ورفیق تانرا بگویید که به ساعت ببیند و ختم یکدقیقه را بیان کند.

۳. آیا حدس و تخمین یک دقیقهٔ شما نزدیک به حقیقت بود؟

۴. با رفیق تان یک لست بسازید و کارها ییرا که در یک ثانیه، یک دقیقه و یک ساعت انجام داده میتوانید در لست تان جابه جا کنید.

سوالات: ۱- ازعلایم > و < علامهٔ مناسب را در هر یک از خانه های خالی استعمال کنید.

۲دقیقه ☐ ۱۲۵ثانیه ، ۲سال ☐ ۲۳ ماه ، ۳ماه ☐ ۱۵ هفته

۳۶۵۲هفته ☐ ۱قرن ، ۵۲هفته ☐ ۳۶۰روز ، ۶۵ثانیه ☐ ۱دقیقه

۲- فرید رفقای خود را برای برگزاری جشن فارغ التحصیلی خویش دعوت کرد. پدرش برای کمرهٔ عکس برداری دو جوره بطری خرید که (۷۲۶۰)ثانیه دوام کرد. معلوم کنید که دوام بطری ها چند ساعت را در بر میگیرد؟

۳- شریف (۱۳) سال دارد که از جمله (۳) سال آن کبیسه بوده است. سن شریف را از نگاه روز سنجش نمایید.

واحد سطح:

واحد اندازه گیری سطح در سیستم متریک متر مربع میباشد و آن مربعیست که طول هر ضلع آن یک متر باشد. واحدات بزرگتر برای اندازه گیری مساحت: دیکامتر مربع، هکتو متر مربع و کیلومتر مربع میباشد.

که صد، صد ترقی و تنزل دارند. طوریکه:

۱کیلومتر مربع = ۱۰۰هکتومتر مربع

۱هکتومتر مربع = ۱۰۰دیکامتر مربع

۱دیکا متر مربع = ۱۰۰ متر مربع

واحدات کوچکتر برای اندازه گیری و پیمایش سطح دیسی متر مربع، سانتی متر مربع و ملی متر مربع میباشند.

طوریکه:

۱متر مربع = ۱۰۰دیسی مترمربع

۱دیسی متر مربع= ۱۰۰سانتی مترمربع

۱سانتی متر مربع = ۱۰۰ملی مترمربع

باید گفت که در واحدهای اندازه گیری طول و کتله برای تبدیل واحد بزرگتر به یکدرجه واحد کوچکتر، واحد بزرگتر را ضرب (۱۰) می‌نمودیم، اما در واحدهای سطح برای تبدیل نمودن واحد بزرگتر به یک درجه کوچکتر واحد بزرگتر را ضرب عدد (۱۰۰) می‌نماییم.

طورمثال: اگر بخواهیم ۲متر مربع را به دیسی متر مربع تبدیل کنیم. چنین عمل میکنیم: ۲۰۰ دیسی مترمربع = ۱۰۰ × ۲

هرگاه خواسته باشیم یک واحد کوچکتر مساحت را به واحد بزرگتر آن تبدیل نماییم از عملیهٔ تقسیم کارمیگیریم.

طورمثال: میخواهیم ۲۵۰۰سانتی متر مربع را به دیسی متر مربع تبدیل کنیم، طور ذیل‌عمل میکنیم. ۲۵دیسی‌مترمربع= $\frac{۲۵۰۰}{۱۰۰}$ = ۱۰۰ ÷ ۲۵۰۰ =۲۵۰۰سانتی‌متر مربع

فعالیت:

با استفاده از خط کش یک دیسی متر مربع واحد سطح را ترسیم نمایید.
بعد آنرا توسط قیچی قطع کنید و ببینید که در آن چند واحد کوچکتر سانتی متر مربع جا دارد.

سوالات:

۱. ۱۵هکتو متر مربع را به دیکا متر مربع تبدیل کنید.
۲. ۶۰۰۰ متر مربع را به دیکا متر مربع تبدیل کنید.

کار خانه گی: ۳۶۰۰۰ ملی متر مربع چند سانتی متر مربع می‌شود؟

واحدحجم: برای پیمایش حجم اشیاء در سیستم متریک مترمکعب را انتخاب نموده اند و آن عبارت از مکعبیست که طول، عرض و ضخامت (بلندی) آن یک متر باشد.

واحدهای بزرگتر اندازه گیری حجم، دیکا متر مکعب، هکتو متر مکعب وکیلو متر مکعب میباشد. واحدهای کوچکتر برای پیمایش حجم عبارتند از دیسی متر مکعب، سانتی متر مکعب و ملی متر مکعب می‌باشند که این واحدات ۱۰۰۰، ۱۰۰۰ ترقی و تنزل دارند طوریکه:

۱کیلو متر مکعب = ۱۰۰۰ هکتو متر مکعب
۱هکتو متر مکعب = ۱۰۰۰ دیکا متر مکعب
۱دیکا متر مکعب = ۱۰۰۰ متر مکعب
۱متر مکعب = ۱۰۰۰ دیسی متر مکعب
۱دیسی مترمکعب = ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب
۱سانتی متر مکعب = ۱۰۰۰ ملی متر مکعب

برای تبدیل کردن واحد بزرگتر حجم به یکدرجه کوچکتر آن واحد بزرگتر را ضرب (۱۰۰۰) مینماییم و برای تبدیل کردن واحد کوچکتر حجم به یکدرجه بزرگتر آن عدد داده شده را تقسیم (۱۰۰۰) مینماییم. طورمثال:

مثال ۱- ? دیسی متر مکعب = ۱۵مترمکعب

۱۵۰۰۰ دیسی متر مکعب = ۱۰۰۰ × **۱۵**

مثال۲-

? سانتی مترمکعب= ۳۲۰۰۰ ملی متر مکعب.

۳۲سانتی متر مکعب = $\frac{۳۲///}{۱///}$ = ۱۰۰۰ ÷ ۳۲۰۰۰ = ۳۲۰۰۰ ملی متر مکعب.

فعالیت ها :

۱. شاگردان! واحد حجم (سانتی مترمکعب) را از قلمهای تباشیر در صنف بسازید.
۲. حجم مکعب مستطیل زیر را محاسبه نمایید.
۳. حجم حاصل شده را به دیسی متر مکعب تبدیل کنید.

کار خانه گی:

۱. (۱۲) دیسی متر مکعب چند سانتی متر مکعب می‌شود؟
۲. ۸۲۰۰۰ سانتی متر مکعب را به متر مکعب تبدیل کنید.

---

* در صورتیکه شاگردان در حل سوال مذکور مشکل داشته باشند معلم محترم رهنمایی نماید.

واحد پیمایش مایعات (ظرفیت)

واحد اندازه گیری مایعات چی می‌باشد؟

در سیستم متریک واحد اندازه گیری مایعات لیتر و ملی لیتر می‌باشند. طوریکه:

۱لیتر = ۱۰۰۰ملی لیتر (در حدود چهار گیلاس معمولی چایخوری)

۱ملی لیتر = ۰,۰۰۱ لیتر

۱ملی لیتر طور تخمین برابر با یک قطرهٔ، قطره چکان چشم می‌باشد.

برای تبدیل کردن ملی لیتر به لیتر عدد داده شده را تقسیم (۱۰۰۰) می‌کنیم و برای تبدیل کردن لیتر به ملی لیتر عدد داده شده را ضرب (۱۰۰۰) می‌نماییم.

مثال۱: ? لیتر = ۴۵۰ملی لیتر

چون ۱۰۰۰ملی لیتر = ۱لیتر است، پس:

۴۵۰ ÷ ۱۰۰۰ = ۰,۴۵۰

یعنی: ۰,۴۵۰ لیتر = ۴۵۰ ملی لیتر

مثال۲: ? ملی لیتر = ۲,۳ لیتر

چون ۱لیتر = ۱۰۰۰ملی لیتر است، پس :

۲,۳ × ۱۰۰۰ = ۲۳۰۰ ملی لیتر

یا ۲۳۰۰ ملی لیتر = ۲,۳لیتر

توضیح دهید که در مثال(۱) چرا از عملیهٔ تقسیم و در مثال (۲) چرا از عملیهٔ ضرب کار گرفتید؟

قابل توجه:

مقایسه کنید که کدام یک از ظروف مقابل مایع بیشتر دارد؟ (الف) یا (ب)

۱۲۴۵ملی‌لیتر ۱,۲۴۵لیتر

فعالیت ها:

چطور اندازه گیری مینمایید؟

سه ظرف (یک گیلاس چایخوری،یک کوزه و یک جک آب خوری) را با خود داشته باشید مطابق جدول زیر، یک جدول ترتیب دهید. ظرفیت هر یک را به لیتر پیدا و در جدول خانه پری نمایید.

ظرف دارای آب	اندازه گیری تخمینی	اندازه گیری دقیق
گیلاس چایخوری		
کوزهٔ آب		
جک آب		

سوالات: ۱- خانه های خالی سوالهای ذیل را پر نمایید.

? ملی لیتر= ۱,۴لیتر، ? لیتر = ۴۱۲ملی لیتر، ? ملی لیتر= ۴۶۰۰لیتر

? لیتر = ۱۸۵,۶ ملی لیتر.

۲- تخمین نمایید که کدام ظرفیت از ظروف زیر نزدیک به حقیقت است؟

یک بیرل تیل: ، یک ترموز چای:

۱۷ ملی لیتر یا ۱۷۰ لیتر ، ۱,۵ لیتر یا ۱۵ لیتر

یک قاشق چایخوری: ، یک گیلاس آبخوری:

۱۰ ملی لیتر یا یک لیتر ، ۲۰۰ملی لیتر یا ۲ لیتر

کار خانه گی: ۰,۵۶ ملی لیتر را به لیتر تبدیل کنید.

فصل پنجم

مبحث هندسه

آلات هندسی

هدف: شاگردان آلات و وسایل هندسی را بشناسند و آنها را در ترسیمات و اندازه گیری اشکال هندسی استعمال کرده بتوانند.

شاگردان عزیز آلات هندسی عموماً در یک قطی که به نام بکس هندسی یاد می‌شود، نگهداری میشوند که شامل خط کش، دیوایدر (دو سوزنه)، پرکار، گونیا و نقاله می‌باشد و برای ترسیم واندازه گیری اشکال هندسی به کار می‌روند. در مورد خط کش و طرز استفاده از آن معلومات کافی دارید. حال به معرفی باقی آلات هندسی می‌پردازیم:

۱. دیوایدر (دوسوزنه):

این آله دارای دو پایه است که هر کدام پایه ها دارای یک سوزن می‌باشد. زاویه بین دو پایهٔ آن توسط یک مفصل که هر دو پایه را در یک نقطه وصل کرده است خورد و کلان می‌شود. شکل (۱)

که برای اندازه کردن طول قطعه خطها و تقسیمات قطعه خطها به بخشهای مساوی به کار میرود. مثلاً: اگر بخواهیم طول یک قطعه خط ($\overline{اب}$) را اندازه کنیم، دهن دو سوزنه را باز کرده سوزنهای آنرا در دو انجام الف و ب قرار می‌دهیم. بعد دو سوزنه را با احتیاط کامل که زاویهٔ دوسوزنه خورد و کلان نشود بالای خط کش درجه دار قرار می‌دهیم و می‌بینیم که چند سانتی متر را نشان می‌دهد. این قیمت روی خط کش طول قطعه خط ($\overline{اب}$) را به ما می‌دهد. طور ذیل:

شکل (۱)

چون یک سوزن بالای صفر (۰) خط کش و سوزن دیگر بالای رقم ۳ خط کش قرار دارد، پس طول قطعه خط ($\overline{اب}$) ۳ سانتی متر میباشد.

و اگر بخواهیم یک قطعه خط ۱۵ سانتی متر را به ۵ حصه مساوی توسط دو سوزنه تقسیم کنیم طور ذیل عمل می‌کنیم:

۱. عدد ۱۵ را تقسیم ۵ می‌کنیم. ۳ = ۵ ÷ ۱۵

۲. دهن دو سوزنه را بالای خط کش به اندازه ۳ سانتی متر باز می‌کنیم.

۳. بدون اینکه زاویه بین دو سوزنه تغییر کند (خورد و کلان شود) قطعه‌خط‌ها را به طولهای ۳، ۳ سانتی متر جدا می‌کنیم.

فعالیت ها

۱. طول این قطعه خطها را با استفاده از دو سوزنه و خط کش تعیین کنید.

۲. با استفاده از دو سوزنه قطعه خط ۸ سانتی متر را به بخشهای ۲ سانتی متری جدا کنید.

۲. پرکار:

پرکار مانند دو سوزنه میباشد. تنها با دو سوزنه اینقدر فرق دارد که در یک پایهٔ آن به عوض سوزن، قلم پنسل در یک گیرا محکم می‌شود و برای ترسیم خط منحنی، قوس،دایره، ترسیم عمود بالای یک نقطهٔ معینه و تنصیف زاویه به کار می‌رود. شکل (۲)

شکل (۲)

فعالیت ها

۱. نقطه (ب) را مرکز قرار بدهید. و یک دایره را به شعاع ۳ سانتی متر رسم کنید.
۲. از پر کار استفاده کنید و یک منحنی را توسط آن رسم کنید. آیا این منحنی را قوس هم گفته می‌توانیم؟

گونیا:

گونیا از جملهٔ آلات و اسباب هندسی است که شکل مثلث قایم الزاویه را دارد و برای ترسیم مثلث قایم الزاویه، ترسیم خطوط موازی و خطوط عمود با هم به کار میرود.شکل(۳)

شکل (۳)

نقاله:

نقاله نیز یکی از آلات و افزار هندسی می‌باشد که برای ترسیم زاویه، اندازه گیری زاویه و تقسیم زوایا مورد استفاده قرار می‌گیرد. این آله به شکل نیم دایره بوده که از راست به چپ و همچنان از چپ به راست به (۱۸۰°) تقسیم شده است. شکل(۴)

شکل (۴)

فعالیت ها

۱. یک نقاله رسم کنید و آنرا به (۱۸۰°) تقسیمات نمایید.
۲. از نقاله استفاده نمایید زوایه های (۱۰°) و (۹۰°) را رسم کنید.
۳. زاویهٔ (۱۲۰°) را رسم و آنرا به (۳) حصهٔ مساوی تقسیم کنید.

وضعیت خط

هدف: شاگردان بدانند که یک خط کدام حالت هایی را داشته می باشد و در زنـده گـی روزمـره آنها را تشخیص نمایند.

خط دارای سه وضع (حالت) میباشد.

۱- خط افقی، ۲- خط قایم، ۳- خط مایل

۱. **خط افقی:** خطی که به امتداد سطح آب باشد، خط افقـی گفتـه مـی‌شـود. مانند: سقف اتاق، چوکات پایین دروازه، روی میز وغیـره. بـرای افقـی نمـودن یک خط آب ترازو را استعمال می‌کنند. شکل (۵)

شکل (۵)

آب ترازو از چوب به شکل مکعب مستطیل ساخته شده است که در وسط آن نـل شیشه یی قرار داشته در بین نل مذکور مایع وجود دارد که یک حباب خورد هوا در آن موجود میباشد. چون هوا از آب سبکتر است بالای آب قرار می گیرد. معمـاران و نجاران برای افقی ساختن یک سطح آنرا بالای سطح مـذکور قـرار میدهنـد. هرگـاه حباب آب ترازو در وسط نل شیشه یی قرار میگیرد در آنـصورت سـطح مـورد نظـر افقی میباشد. قطعه خط ($\overline{\text{ا ب}}$) به حالت افقی قرار دارد. مانند شکل (۶)

شکل (۶)

۲ – خط قایم (خط عمودی): خط عمودی طوریست که به امتداد تار شاقول باشد مانند کنار چوکات دروازه، پایهٔ تیلفون، پایهٔ برق و غیره. این قطعه خط شکل عمودی (قایم) را دارد مانند: شکل (۷)

شکل (۷)

۳- خط مایل: خط مایل خطیست که نه عمودی و نه افقی باشد. مانند: طناب خیمه و یا بَیره های سِنج که معماران در خشت کاری تعمیرات به کار می‌برند.

این قطعه خط ها به شکل مایل اند. مانند شکل های (۸)

شکل (۸)

فعالیت ها

۱. در اشکال ذیل خطوط افقی، خطوط عمود و خطوط مایل را نام بگیرید.

۲ - توسط آب ترازو سطح میز، کنار دروازهٔ صنف تانرا تجربه کنید که کدام یک سطح افقی را دارد؟

۳ – ذریعه شاقول پایهٔ میز خود را به صورت انفرادی و گروپی عملاً ببینید که عمودی است یا خیر؟

۴ – توسط قلم، خط کش، کنار کتابچه و کتاب:

خط مایل، خط افقی و خط عمودی را نشان دهید.

کار خانه گی: خطـوط مایـل، افقـی و عمـودی را تعریـف و نمونـه هـای آن را در کتابچه های تان رسم و نامگذاری نمایید.

خطوط موازی: دو خط که در یک سطح واقع بوده و از امتداد شان کـدام نقطهٔ مشترک به وجود نیاید.یعنی امتداد یافته آنها یکـدیگر خـود را قطع نکنند خطوط موازی گفته می‌شوند. مانند: خطیکه از اثر دو عـرادهٔ گادی و یا از تایرهای موتر به وجود می آید.

شکل های ذیل نمونه های خطوط موازی اند. (شکل ۹)

قطعه خط (ا ب) موازی با قطعه خط (ج د) است و آنرا اینطور نمایش می‌دهند.

ا ب // ج د

شکل (۹)

فعالیت ها

۱. گروپی کار کنید و در لوازم درسی تان خطوط موازی را نشان دهید.

۲. آیا در لوازم خانهٔ خود خطوط موازی را مثال داده می توانید؟ نام بگیرید.

۳. یک مستقیم (اب) را مطابق شکل (۱۰) در نظر بگیرید و از نقطهٔ (ج) یک موازی بـه آن رسم کنید.

نخست وترگونیا را به امتداد قطعه خط (ا ب) قرار بدهید.

دوم خط کش را به ضلع پاینیی گونیا قرار دهید.

سوم گونیا را در کنار خط کش طوری بلغزانید تا که از نقطهٔ (ج) بگذرد. حال در کنار وتر گونیا یک خط مستقیم رسم کنید. همین مستقیم (آ بَ) موازی (ا ب) است.

شکل (۱۰)

دو خط موازی که به فاصلهٔ ۸ سانتی متر از هم قرار داشته باشـند، بـا اسـتفاده از گونیـا و خط‌کش رسم کنید.

خطوط متقاطع

هدف: شاگردان باید خطوط متقاطع را بشناسند زیرا در هندسه از اهمیت زیاد برخوردار بوده و از آن استفاده میشود.

دو خط وقتی متقاطع گفته می شوند که دارای یک نقطه مشترک باشند. خطوط ا ب و ج د در نقطه (م) متقاطع بوده و نقطهٔ (م) نقطه مشترک شان می‌باشد. مانند شکل (۱۱)

شکل (۱۱)

فعالیت ها

۱. در صنف خود خطوط متقاطع را نشان دهید.
۲. توسط لوازم درسی تان خطوط متقاطع را بسازید.
۳. آیا شکل مقابل خطوط متقاطع را نشان می‌دهند چی دلیلی دارید؟

مثلث: مثلث سطحیست که ذریعهٔ سه قطعه خط احاطه شده باشد مانند: شکل (ا ب ج). هر مثلث دارای ارتفاع ها، میانه ها و ناصف های عمودی می‌باشد که هر کدام ذیلاً معرفی می‌شوند.شکل(۱۲)

شکل (۱۲)

ارتفاع مثلث: خطی که از یک رأس مثلث بر ضلع مقابل آن عمود رسم شود ارتفاع مثلث نامیده می‌شود.

در مثلث (ا ب ج) شکل۱۳ (الف) قطعه خط ($\overline{\text{اد}}$) ارتفاع مثلث مذکور میباشد.
و در شکل ۱۳ (ب)،($\overline{\text{اد}}$) و ($\overline{\text{بهـ}}$) ارتفاع های مثلث (ا ب ج) میباشند.

شکل (۱۳الف)

شکل (۱۳ب)

میانهٔ مثلث: خطی که رأس مثلث را به نقطهٔ تنصیف ضلع مقابل آن وصل می کند، میانهٔ مثلث گفته می‌شود. در مثلث (ا ب ج) قطعه خط ($\overline{\text{اهـ}}$) میانهٔ مثلث مذکور میباشد. (شکل ۱۴)

شکل (۱۴)

ناصف عمودی مثلث: خطی که در نقطهٔ تنصیف ضلع مثلث عمود رسم می‌شود ناصف عمودی مثلث گفته می‌شود.
قطعه خط ($\overline{\text{زهـ}}$)، قطعه خط ($\overline{\text{وهـ}}$) و قطعه خط ($\overline{\text{دهـ}}$) ناصف های عمودی مثلث (ج ب ا) میباشند. (شکل ۱۵)

شکل (۱۵)

فعالیت ها

۱- در گروپ های تان مثلث های کیفی را رسم و در آنها ارتفاع ها، میانه ها و ناصف های عمودی را نشان داده نامگذاری نمایید.
یک مثلث قایم الزویه را رسم نمایید و در آن ارتفاع و میانهٔ مثلث را نشان دهید.

مساحت مستطیل

هدف: شاگردان مساحت اشکال مستطیل شکل را در یافت کـرده بتواننـد، تـا در جریـب کـشی اراضی و در فرش کردن منازل خویش از آن استفاده نمایند.

مستطیل (ا ب ج د) را به طول ۵ سانتی متر و عرض ۱ سانتی متر در نظر میگیریم.
برای دریافت مساحت مستطیل (ا ب ج د) شکل (۱۶)

شکل (۱۶)

سانتی متر مربع را به حیث واحد اندازه گیری سطح انتخاب میکنیم. دیده می‌شـود که در داخل مستطیل مذکور به تعداد ۵ مربع کوچک (سانتی متر مربع) قـرار دارد، پس گفته می‌شود که مساحت مستطیل مذکور ۵ سـانتی متـر مربـع اسـت. چـون عرض مستطیل ۱سانتی متر و طـول مـستطیل۵ سـانتی متـر اسـت بنـاءً مـساحت مستطیل را اینطور نوشته می‌توانیم:

طول مستطیل × عرض مستطیل= مساحت مستطیل

۵ سانتی مترمربع= ۵ سانتی متر×۱ سانتی متر

هر گاه طول مستطیل ۵ سانتی متر و عرض مستطیل ۲ سانتی متـر باشـد. ماننـد شکل (۱۷) دیده میشود که در مستطیل مذکور به تعداد (۱۰) مربع که مساحت هر کدام، یک سانتی متر مربع است (واحد سطح) قرار دارد.

شکل (۱۷)

پس از این تجربه میتوانیم بنویسیم :

عرض مستطیل × طول مستطیل = مساحت مستطیل

۱۰سانتی مترمربع= ۲ سانتی متر × ۵ سانتی متر

مساحت مربع

هدف: شاگردان مساحت اشکال مربع شکل را دریافت کرده بتوانند تا در زنده گـی روزمـره از آن استفاده کنند.

مربع (ا ب ج د) را که طول هر ضلع آن ۳ سانتی متر است در نظر میگیـریم. دیـده میشود در مربع مذکور به تعداد (۹) واحد سطح (سانتی‌مترمربع) قراردارد. شکل (۱۸) وآن عبارت از مساحت مربع میباشد.چون عدد (۹) از حاصل ضرب ضلع های مربع حاصل میشود، یعنی:

ضلع × ضلع = مساحت مربع

شکل(۱۸)

بنابرآن

۹ سانتی متر مربع = ۳ سانتی متر × ۳ سانتی متر = مساحت مربع

فعالیت ها

۱. یک مستطیل به طول ۴ سانتی متر و عرض ۳ سانتی متر رسم کنید و آنرا به واحد سطح (سانتی متر مربع) تقسیمات کنید. ببینید که در آن چند واحـد سطح (سانتی متر مربع) قرار دارد؟

۲. یک مربع که هر ضلع آن ۴ سانتی متر است رسم نمایید. آنرا به مربـع هـای خـورد یک سانتی متر مربع تقسیمات نمایید و بگویید که در آن چند واحد سطح جا دارد و مساحت کلی آن چند سانتی متر مربع میباشد.

کار خانه گی: ۱ - مساحت مستطیلی را دریافت کنید کـه طـول آن ۸ سـانتی متـر و عرض آن ۵ سانتی متر باشد.

۲ – نمونه های مستطیل و مربع را که در اشیاء و محیط ماحول تـان مـشاهده میکنیـد در کتابچه هایتان لست نموده با خود بیاورید.

تمرین: ۱- مستطیل چی نوع شکل هندسی را گویند؟ ۲ – مربع چی شکل هندسی را میگویند؟ ۳ – چی فرق بین مستطیل و مربع مشاهده میکنید بیان کنید؟

مساحت مثلث

هدف: شاگردان مساحت اشکال مثلث شکل را دریافت کرده بتوانند تا در زنده گی و حیات روز مره از آن استفاده نمایند.

میدانیم که واحد مقیاس (اندازه گیری) سطح، سانتی متر مربع □ میباشد. مساحت مثلث را نیز با سانتی متر مربع اندازه گیری می‌کنند.

مساحت یک مثلث مساوی به تعداد واحد های سطح (□) سانتی متر مربع است که مثلث مذکور از آن تشکیل شده است. شکل (۱۹)

اگر به مثلث (ا ب ج) در شکل (۱۹) نظر اندازیم مثلث مذکور از ۶ واحد سطح و ۶ نیم واحد سطح که ۳ واحد سطح میشود تشکیل گردیده است و مجموعاً ۹واحد سطح (سانتی متر مربع) میشود، پس گفته میشود که مساحت مثلث مذکور ۹ سانتی متر مربع میباشد. چون قاعده مثلث (ا ب ج) یعنی : ۶ سانتی متر = ج ب و ارتفاع مثلث یعنی ۳ سانتی متر = ($\overline{اد}$) است اگر با هم ضرب شوند و حاصل ضرب تقسیم ۲ شود در نتیجه ۹ سانتی متر مربع حاصل می‌شود که مساحت مثلث میباشد، پس:

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲} = \frac{۶ \times ۳}{۲} = \frac{\cancel{۱۸}^{\,۹}}{\cancel{۲}_{\,۱}} = \text{۹ سانتی متر مربع}$$

فعالیت ها

۱- جوره یی کار کنید مستطیل که دارای ۸ سانتی متر طول و ۴ سانتی متر عرض دارد در آن یک مثلث را رسم نمایید: اولاً از طریق شکل مساحت مثلث را حساب کنید.

۲- از طریق فارمول مساحت مثلث را پیدا کنید.

۳- آیا هر دو جواب عین چیز اند یا خیر؟

کار خانه گی: مساحت یک باغ مثلث شکل را که قاعده آن (۲۰۱) سانتی متر و ارتفاع آن ۵۰۰ سانتی مترمیباشد حساب کنید.

معین یا لوزی

هدف: شاگردان به شکل معین آشنا شوند و مساحت آنرا دریافت کرده بتوانند.

معین شکل چهار ضلعیست که اضلاعش موازی و مساوی بوده زوایایش قایمه نباشند. زوایای مقابل معین دو به دو با هم مساوی میباشند.

مانند معین (ا ب ج د) که شکل یک مربع کج شده را دارد. شکل (۲۰)

$\hat{ا} = \hat{ج}$ و $\hat{ب} = \hat{د}$ میباشد.

شکل (۲۰)

دو زاویهٔ مجاور یک معین، متمم یکدیگر اند. یعنی:

$\hat{ا} + \hat{ب} = \hat{ب} + \hat{ج} = \hat{ج} + \hat{د} = \hat{د} + \hat{ا} = ۱۸۰^\circ$

ترسیم معین: معینی که یک ضلع و یک زاویه آن معلوم باشد، چنین رسم می‌شود.

۱. قطعه‌خط داده شده را به طول معینه ۴ سانتی متر مانند ($\overline{اب}$) رسم می‌کنیم.

۲. زاویه داده شده (۶۵°) را در یک انجام قطعه خط ($\overline{اب}$) رسم می‌کنیم.

۳. ضلع جدید این زاویه را مساوی به ضلع مفروض قطع می‌کنیم. که در نتیجه نقطهٔ (ج) حاصل می‌شود.

۴. نقاط (۱) و (ج) را مرکز قرار میدهیم و توسط پرکار بـه ترتیـب دو قـوس بـه طول ضلع داده شده رسم میکنیم. نقطهٔ تقاطع ایـن قوسـها را کـه نقطـهٔ (د) است با نقاط (ا) و (ج) وصل میکنیم.

در نتیجه معین یا لوزی مورد نظر ترسیم می‌شود.

مساحت معین عبارت از حاصل ضرب قاعده و ارتفاع آنست. یعنی:

$\overline{\text{هـ د}} \times \overline{\text{اب}}$ = مساحت معین

فعالیت ها

۱- معینی را رسم نمایید، که طول آن ۵ سانتی متر و یک زاویهٔ آن (۵۰°) باشد.

۲- توسط نقاله هر چهار زاویهٔ معین را اندازه گیری نمایید.

۳- ببینید که مجموع دو زاویهٔ مجاور هر ضلع آن متمم یکدیگر اند.

۴- آیا زوایای مقابل معین رسم شدهٔ تان دو به دو با هم مساوی اند یا خیر؟ چطور می‌دانید.

کار خانه گی: یک قطعه زمین معین یا لوزی شکل که قاعدهٔ آن ۷۵ متر وارتفاع آن ۳۶ متـر است مساحت آنرا دریافت کنید.

شبه معین

هدف: شاگردان شبه معین را بشناسند، شبه معین را از دیگر چهار ضلعی ها تشخیص دهند و مساحت آنرا دریافت کرده بتوانند.

شبه معین شکل چهار ضلعیست که اضلاع مقابل آن دو به دو با هم موازی و مساوی بوده و اضلاع آن بر یکدیگر عمود نباشند. مانند: مستطیلی که کج شده باشد. شکل(۲۱)

شکل (۲۱)

طول مستطیل کج شده قاعده شبه معین گفته می‌شود و ارتفاع شبه معین ارتفاعیست که از رأس مقابل بر قاعده و یا امتداد قاعده ترسیم شده است. ارتفاع قطری در مستطیل و شبه معین عمودیست که از رأس مقابل بر قطر رسم شده باشد. طریق رسم شبه معین عیناً مانند ترسیم معین میباشد.

ارتفاع × قاعده = مساحت شبه معین

$\overline{\text{ه ب}}$ × $\overline{\text{د ج}}$ = یا

هم چنان مساحت شبه معین حاصل ضرب قطر و ارتفاع قطری میباشد یعنی:

ارتفاع قطری × قطر = مساحت شبه معین.

یاد داشت: هر دو ارتفاع قطری یک مستطیل و شبه معین باهم مساوی میباشند.

فعالیت ها

جوره یی کار کنید و شبه معینی را رسم کنید که قاعدهٔ آن ۴ سانتی متر و یک زاویهٔ آن (۷۵°) با شد.

۱- ارتفاع، قطر و قاعدهٔ آنرا نامگذاری نمایید.

۲- ارتفاع آنرا اندازه گیری نموده مساحت آنرا دریافت کنید.

ذوذنقه

هدف: شاگردان ذوذنقه را بشناسند و مساحت آنرا دریافت کرده بتوانند، تا در زنده گی از آن استفاده نمایند.

ذوذنقه چهار ضلعیست که صرف دو ضلع آن باهم موازی باشند. مانند ذوذنقهٔ (ا ب ج د) شکل(۲۲) که در آن ضلع (ا ب) موازی ضلع (ج د) است.

یعنی ($\overline{ج د}$) // ($\overline{ا ب}$) در شکل (۲۲) قطعه خط ($\overline{و هـ}$) که عمود بر قاعده ذوذنقه است به نام ارتفاع ذوذنقه یاد میشود.

شکل (۲۲)

اضلاع موازی ذوذنقه را قاعده های ذوذنقه و اضلاع غیر موازی را ساق های ذوذنقه یاد می‌کنند.

اگر یک ضلع ذوذنقه بر دو ضلع موازی آن عمود باشد. آن را ذوذنقهٔ قایم الزاویه میگویند. مانند شکل (۲۳) که در آن (ج̂)و(ب̂) قایمه اند.

شکل (۲۴)

شکل (۲۳)

هرگاه دریک ذوذنقه دو ضلع غیر موازی آن باهم مساوی باشند، آن ذوذنقه متساوی الساقین نامیده میشود. مانند شکل (۲۴) که در آن ($\overline{د ا}$)= ($\overline{ج ب}$) است.

یاد داشت: قطعه خطی که دو رأس مقابل ذوذنقه را باهم وصل میکند قطر ذوذنقه نامیده میشود. در شکل (۲۴)قطعه خطهای ($\overline{اج}$) و ($\overline{دب}$) قطرهای ذوذنقه میباشند.

مساحت ذوذنقه:

اگر خواسته باشیم مساحت ذوذنقه را پیدا کنیم مجموع اضلاع موازی آنرا ضرب ارتفاع نموده حاصل ضرب آنرا تقسیم (۲) میکنیم یعنی:

$$\text{مساحت ذوذنقه} = \frac{\text{مجموع اضلاع موازی} \times \text{ارتفاع}}{۲}$$

فعالیت ها

۱- شاگردان به دو گروپ تقسیم شوند، در گروپ اول هر دو نفر به شکل جوره یی، ذوذنقهٔ قایم الزاویه را طوریکه قاعدهٔ آن ۸ سانتی متر باشد رسم نمایند.ضمناً سه زوایهٔ دیگر آنرا توسط نقاله تعیین نمایند. در گروپ دوم هر دو نفر جوره یی یک ذوذنقه متساوی الساقین کیفی را رسم، و قاعده را در آن مشخص سازند.

منحرف:- منحرف یک چهار ضلعی کیفیست که اضلاع و زوایایش مختلف میباشد. مانند: شکل (۲۵)

شکل (۲۵)

مساحت منحرف عبارت از مجموع مساحت مثلث های (ا $\overset{\triangle}{ب}$ د) و (ب $\overset{\triangle}{ج}$ د) میباشد.

یاد داشت: قابل تذکر است که گفته شود مجموعه زوایای داخلی یک چهار ضلعی مساوی (۳۶۰°) یا چهار قایمه می‌باشد.

یعنی : (۳۶۰°)=$\hat{د}$ + $\hat{ج}$ + $\hat{ب}$ + $\hat{ا}$

شکل (۲۶)

فعالیت ها

جوره یی کار کنید و یک منحرف را طور دلخواه رسم نمایید.

۱. زوایای آن را اندازه گیری نمایید که هریک چند درجه است؟
۲. اضلاع آن را توسط خط کش اندازه کنید که هر ضلع آن چند سانتی متر است؟
۳. ارتفاعات آن را نشان دهید.
۴. آیا شکلی که در نتیجهٔ فعالیت شما به دست می‌آید قرار تعریف یک منحرف است یا خیر؟

کار خانه گی:

اگر در شکل (۲۶) ارتفاع مثلث (ا ج د) ۲سانتی متر و قاعدهٔ آن ۶ سانتی متر، ارتفاع مثلث (ا ب ج) ۳,۵ سانتی متر و قاعدهٔ آن۳,۳ سانتی متر باشد مساحت منحرف مذکور را دریافت کنید.

دایره

دایره وسطح دایره وی: در شکل (۲۷) به مشاهده می‌رسد که سطح مستوی توسط یک خط منحنی بسته طوری احاطه گردیده است که از یک نقطه معین همین مستوی به مسافه های مساوی قرار دارد. منحنی بسته را دایره و نقطه معین را مرکز دایره و مسافه ثابت یعنی قطعه خطی که یک نقطه دایره و مرکز آنرا با هم وصل می‌کند شعاع دایره یاد می‌کنند. تمام نقاط سطح مستوی را با خط منحنی بسته جمعاً به نام سطح دایره وی می‌نامند.

شکل (۲۷)

قطعه خط (اب) که دو نقطه محیط دایره را به هم وصل می‌کند به نام وتر دایره یاد می‌شود.

قوس دایره: قسمتی از دایره را به نام قوس دایره یاد می‌کنند.

مثلاً : (ا ج ب) یک قوس دایره را نشان میدهد و اینطور (ا ج ب) نمایش داده و چنین خوانده می‌شود که: قوس (ا ج ب) شکل(۲۸)

شکل (۲۸)

قطر دایره: قطعه خطی که از مرکز دایره گذشته و دو نقطه محیط دایره را باهم وصل کند قطر دایره نامیده می‌شود. مانند قطر (وه) شکل (۲۸) هر قطر دو چند شعاع همان دایره است. قطرهای دایره با هم مساوی اند. قطر یک دایره دراز ترین وتر دایره را تشکیل میدهد.

نیم دایره: قطر یک دایره، دایره را به دو قسمت مساوی جدا می‌کند که هر قسمت آنرا نیم دایره می‌نامند.

قطعهٔ دایره: سطحی که توسط قطعه خط ($\overline{اب}$) و قوس ($\overset{\frown}{اجب}$) احاطه شده است قطعهٔ دایره نامیده می‌شود. در شکل (۲۸) قسمت پرداز شده، قطعه دایره را نشان می‌دهد.

قطاع دایره: قسمتی از سطح دایره که در بین دو شعاع دایره محصور باشد به نام قطاع دایره یاد می‌شود. در شکل (۲۹) قسمت پرداز شده قطاع دایره را معرفی می‌کند.

شکل (۲۹)

فعالیت ها

۱. دایره یی به شعاع ۳ سانتی متر ذریعه پرکار رسم کنید. در آن قطعه، قطاع، مرکز، شعاع، وتر، قوس و قطر دایره را نامگذاری کنید.

۲. عملاً نشان دهید که قطر یک دایره دو چند شعاع آن میباشد.

نسبت محیط وقطر دایره:

اگر قطر دایره (۷) واحد طول با شد، طول محیط آن (۲۲) واحد میباشد، پس

۷ : ۲۲ = قطر : محیط

یا $\frac{\text{محیط}}{\text{قطر}} = \frac{۲۲}{۷}$

نسبت محیط و قطر دایره را توسط حرف (π) پای نشان میدهند.

یعنی $\frac{\text{محیط}}{\text{قطر}} = \frac{۲۲}{۷} = ۳.۱۴۲۸ = \pi$

$$\text{محیط} = \text{قطر} \times \frac{۲۲}{۷} = \text{قطر} \times \pi$$

اگر قطر دایره (۱۴) سانتی متر باشد. پس $\text{محیط} = \overset{۲}{\cancel{۱۴}} \times \frac{۲۲}{\underset{۱}{\cancel{۷}}} = ۲ \times ۲۲ = ۴۴$ سانتی متر

$$\text{قطر دایره} = \frac{\text{محیط}}{\pi} = \frac{\text{محیط}}{\frac{۲۲}{۷}} = \frac{\frac{\text{محیط}}{۱}}{\frac{۲۲}{۷}} = \frac{\text{محیط}}{۱} \times \frac{۷}{۲۲}$$

$$\text{قطر دایره} = \text{محیط} \times \frac{۷}{۲۲}$$

فعالیت ها

جوره یی کار کنید.

۱. اگر محیط یک دایره ۸۸ سانتی متر باشد قطر آنرا پیدا کنید.

۲. اگر قطر دایره ۲۱ سانتی متر باشد محیط آن دایره چند سانتی متر خواهد بود؟

مساحت دایره:

$$\text{مساحت دایره} = \text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \pi$$

$$= (\text{شعاع})^{۲} \times \pi$$

میدانیم که: شعاع = $\frac{\text{قطر}}{۲}$، پس: $(\text{شعاع})^{۲} = (\frac{\text{قطر}}{۲})^{۲} = \frac{(\text{قطر})^{۲}}{۴}$

$$\text{مساحت دایره} = \frac{(\text{قطر})^{۲}}{۴} \cdot \pi = (\text{قطر})^{۲} \cdot \frac{\pi}{۴}$$

$$= (\text{قطر})^{۲} \times \frac{\pi}{۴}$$

مثال: محیط و مساحت دایره یی را پیدا کنید که قطر آن ۵ سانتی متر باشد.

حل:

$$\text{محیط دایره} = \text{قطر} \times \pi$$

$$= ۵ \times ۳,۱۴۲۸$$

$$= ۱۵,۷۱۴۰ \text{ سانتی متر}$$

$$\text{مساحت دایره} = (\text{قطر})^{۲} \times \frac{\pi}{۴} = \frac{(۵)^{۲} \times ۳,۱۴۲۸}{۴}$$

$$= \frac{۲۵ \times ۳,۱۴۲۸}{۴} = \frac{۷۸,۵۷}{۴} = ۱۹,۶۴۲۵ \text{ سانتی متر مربع}$$

نوت: معماران وانجینران توسط طناب یا ریسمان دایره را روی زمین رسم می‌کنند، طوریکه یک میخ را به روی زمین نصب و یک انجام ریسمان یا طناب را حلقه کرده در میخ می اندازند و انجام دیگر طناب را خوب کش گرفته به روی زمین حرکت میدهند، در نتیجه دایره رسم می‌شود و بالای آن چونه میریزند.

تمرینات:

۱. مستطیلی را رسم کنید که طول آن یک دیسی متر و عرض آن ۸ سانتی متر است، اولاً قطر آنرا رسم نموده طول آنرا اندازه گیری نمایید بعداً مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۲. طول و عرض یک شبه معین به ترتیب ۶ سانتی متر و ۳,۵ سانتی متر بوده و زاویه بین آنها (۶۰°) میباشد آنرا رسم کنید.

۳. طول قطر اطول یک شبه معین ۸ سانتی متر وقطر اصغر آن ۵ سانتی متر میباشد. زاویه ایکه این دوقطر بایکدیگر میسازند (۱۲۰°) است آنرا رسم کنید.

۴. مساحت یک زمین مستطیل شکل (۲۴۰۰) متر مربع است. اگر طول زمین ۶۰۰ متر باشد عرض زمین مستطیل شکل را دریافت نمایید.

۵. باغ مستطیل شکلی که طول آن دو چند عرض آنست در نظر بگیرید، اگر عرض آن (۴۰۰) متر باشد مساحت آنرا پیدا کنید.

۶. مساحت باغی را دریافت نمایید که طول آن (۲۰۰) متر بوده و عرض آن نصف طولش باشد.

۷. زمینی به طول (۵۴۰۰) متر و به عرض (۳۶۰) متر بوده که بین (۴) برادر طور مساویانه تقسیم میشود، حصهٔ هر برادر چند متر مربع می‌شود؟

۸. یک چوکات آیینهٔ روی مستطیل شکل که طول آن ۸ سانتی متر و عرض آن ۴ سانتی متر است در اثر وارد کردن فشار بالای آن، شکل شبه معین را به خود می گیرد آیا در مساحت آن فرقی پیدا میشودیانه؟

۹. اگر شعاع یک دایره (۲۵) سانتی متر باشد قطر آن چند سانتی متر است؟

۱۰. اگر شعاع یک دایره ۴ سانتی متر باشد محیط آن چند سانتی متر خواهد بود؟

۱۱. قطر دایره یی را معلوم کنید که محیط آن (۴۴) سانتی متر باشد.

۱۲. مساحت دایره یی را پیدا کنید که قطر ش (۱۵) سانتی متر باشد.

۱۳. اگر قاعده یک معین ۲۱ دیسی متر و ارتفاع آن ۵ سانتی متر باشد، مساحت معین را به سانتی متر مربع دریافت کنید.

۱۴. مساحت یک زمین که شکل معین را دارد (۲۴۰۰) متر مربع است. هرگاه قاعدهٔ آن (۱۲۰۰۰۰) سانتی متر باشد. ارتفاع آنرا به سانتی متر پیدا کنید.

۱۵. ارتفاع یک شبه معین ۲۰ سانتی متر و قاعدهٔ آن ۱۰۰سانتی متر است. مساحت آنرا به متر مربع دریافت نمایید.

اجسام

هر چیزیکه کتله، وزن و جسامت داشته باشد، جسم گفته میشود. مانند: سنگ، چوب، خشت، کلوخ وغیره.

اجسام به دو شکل اند: منظم و غیر منظم.

۱. **اجسام منظم:** این اجسام در طبیعت به صورت اشکال منظم هندسی یافت می شوند. بلورهای مواد معدنی مانند بلور نمک طعام، بلورهای مس، کوارتز نمونه های اجسام منظم هندسی اند که ذریعه سطوح هم نوع احاطه شده باشند. شکل(۳۰)

اجسام منظم به صورت مصنوعی نیز وجود دارد که اشکال منظم هندسی نامیده شده و عبارت از : مکعب، مکعب مستطیل، استوانه، منشور، مخروط، هرم و کره میباشند. شکل(۳۰)

۲. **اجسام غیر منظم:** این اجسام دارای شکل منظم هندسی نیستند و چند پارچهٔ یک جسم معین به یک شکل و ساختمان نمیباشند. مانند سنگ، کلوخ و غیره. این اجسام که به نام اجسام غیر منظم نیز یاد می شوند توسط سطوح غیر منظم هندسی احاطه شده اند.

حال میپردازیم به معرفی اشکال منظم هندسی.

۱. **مکعب:** مکعب جسمیست که توسط شش مربع محدود شده باشد. اضلاع، زوایا و سطوح مکعب با هم مساوی اند. شکل (۳۱)

شکل (۳۱)

اگر طول یک ضلع مربع معلوم باشد مساحت یک وجه آن مساویست به ضلع × ضلع.

چون مکعب شش وجه دارد بناءً مساحت سطحی مکعب مساویست به: (ضلع × ضلع) × ۶ = مساحت کلی مکعب

شکل(۳۲)

شکل(۳۲) مساحت سطحی یک مکعب باز شده است.

فعالیت

شاگردان عزیز شکل (۳۲) را از کاغذ بسازید و به وسیلهٔ قات کردن هر ضلع مربع آن، یک مکعب بسازید.

حجم مکعب مساویست به: ضلع × ضلع × ضلع.

واحد مقیاس حجم سانتی متر مکعب است. و آن مکعبی است که هر ضلع آن یک سانتی متر باشد.

مکعب مستطیل: مکعبی است که سطوح (وجوه) مقابل آن دو به دو باهم مساوی اند. مانند شکل(۳۳)

حجم مکعب مستطیل عبارت از حاصل ضرب طول، عرض و ضخامت آنست یعنی:

ضخـــــامت × عــرض × طول = حجم

قطی گوگرد، قطی پرکار از جـــــملهٔ مثالهای مکعب مستطیل میباشند.

شکل (۳۳)

از یک پارچه کاغذ یک مکعب مستطیل را در خانه بسازید و بیاورید.

استوانه: جسمیست که ذریعهٔ دو سطح دایره وی ویک سطح منحنی احاطه شده باشد.مانند نل، نی، دستک، قلم، تباشیر و غیره. شکل(۳۴)

دوسطح دایره وی را قاعده تین وسطح منحنی را سطح جانبی استوانه می نامند.

سطح قاعده ها در استوانه منظم هندسی باهم مساوی میباشند اگر سطح جانبی آن گسترده (باز) شود شکل مستطیل را به خود میگیرد.

اجسام استوانه یی در طبیعت به وضعیت زیاد یافت می‌شود مانند ساقه نباتات و اشجار در طبیعت، نل ها و میله ها در صنعت. استوانه ایکه سطح جانبی آن بر سطوح قاعدهٔ اش عمود باشد به نام استوانه قایم یاد می‌شود.

فعالیت ها

۱. از وسایل دست داشتهٔ خود یک استوانه بسازید.

۲. در صنف و لوازم درس تان نمونه های استوانه را نشان دهید.

کار خانه گی: یک مکعب‌مستطیل را از کاغذ بسازید، طول، عرض وضخامت آنرا نشانی نمایید وباخود بیاورید.

منشور: منشور جسمیست که سطوح قاعده تین آن مضلعات وسطوح جانبی آن از مستطیل ها تشکیل شده باشد.اگرسطح قاعده تین منشور مثلث ها باشند منشور مثلث القاعده نامیده میشود. اگر سطح قاعده تین منشور مربع ها باشند منشور مربع القاعده، اگر سطح قاعده تین منشور پنج ضلعی ها باشند منشور را مخمس القاعده و هرگاه سطح قاعده تین منشور شش ضلعی ها باشند منشور را مسدس القاعده مینامند.مانند اشکال (۳۵).

شکل (۳۵)

اگر وجه جانبی یک منشور به سطح قاعدهٔ آن عمود باشد آن منشور را منشور قایم می نامند. مانند قلم پنسل رخدار، خشت و پیچ مثالهای منشور قایم اند.

فعالیت ها

منشور ها را رسم و زیر هرکدام نامهای شانرا بنویسید.

کار خانه گی: یک منشور مثلث القاعده از کاغذ مقوا بسازید وبیاورید.

هرم: هرم جسمیست که سطح قاعدهٔ آن را یک مضلع وسطوح جانبی آن را مثلث ها تشکیل داده باشند.

هرم ها مانند منشور ها به نام سطح قاعدهٔ شان شناخته میشوند. مثل هرم مثلث القاعده، مربع القاعده، مخمس القاعده و مسدس القاعده مانند: شکل های (۳۶)

شکل (۳۶)

فعالیت ها

۱. هرم باز شده را رسم نمایید.
۲. هرم ترسیم شده را توسط قیچی از کناره های مثلث های خارجی قطع کنید.
۳. هرم مثلث القاعده را از آن بسازید.

کار خانه گی:

هرم مربع القاعده چی نوع هرم را گویند رسم نمایید و مودل آنرا از کاغذ بسازید.

مخروط: مخروط جسمیست که سطح قاعدهٔ آن دایـره و سـطح جـانبی آن سـطح منحنی باشد، طوریکه در انجام به یک نقطه ختم شود. مانند زردک، پایهٔ قند، شـید چراغ و غیره. شکل های (۳۷).

اگر از رأس یک مخروط یک عمود به سطح قاعده آن رسم گردد و ایـن عمـود از مرکز دایره بگذرد، این مخروط را مخـروط قـایم میگوینـد. عمـود مـذکور را عمـود مرکزی یا محور مخروط می نامند. این عمود ارتفاع مخروط هم است.

در صنعت نوک های تمام آلات و اسباب سـوراخ کننـده ماننـد پـل برمـه، نـوک سوزن، میخ و غیره را مخروطی شکل میسازند.

شکل های (۳۷)

فعالیت

مخروط قایم را رسم کنید قاعده و ارتفاع آن را نشان دهید.

کار خانه گی:

یک شکل مخروطی را از کاغذ و یا از گل تهیه و با خود بیاورید.

کره

تعریف کره: کره جسمیست که توسط سطح منحنی بسته محاط شده باشد، طوریکه تمام نقاط سطح مذکور از نقطهٔ ثابت به مسافه های معین و مساوی قرار داشته باشند. مانند توپ های فتبال و والیبال، ساچمه، کرهٔ زمین و دیگر اجرام سماوی. نقطهٔ ثابت را مرکز کره وفاصله بین مرکز وسطح را به نام شعاع کره یاد می کنند.

خطی که از مرکز کره بگذرد و انجام هایش به محیط وصل گردد قطر کره گفته میشود. قطر کره دو چند شعاع کره میباشد. مانند شکل(۳۸).

شکل (۳۸)

تمام اشعهٔ کره و تمام قطرهای یک کره بین خود مساوی میباشند. دو انجام قطر کره قطب های کره نامیده میشوند. مانند قطب شمال و قطب جنوب کرهٔ زمین شکل (۳۹).

هرگاه کره را از یک حصه مستقیماً قطع کنیم سطح مقطع آن سطح دایروی است. مانند نارنج یا تربوزیکه با چاقو بریده شود قسمت قطع شده به شکل دایره میباشد.

اگر سطح قطع شده از مرکز گذشته باشد، این سطح را سطح دایرهٔ عظیمه خوانند، سطح دایرهٔ عظیمه سطحیست که کره را به دو حصهٔ مساوی تقسیم کند. محیط سطح دایرهٔ عظیمه را در روی کرهٔ زمین خط استواء و قطر آنرا محور زمین گویند.

شکل (۳۹)

تمرینات:

۱. جسم را تعریف کنید.
۲. اجسام به چند قسم بوده هرکدام را تعریف کنید.
۳.حجم یک جسم کروی (۵) سانتی متر مکعب است آنرا در یک گیلاس پر از آب می اندازیم یکمقدار آب خارج میشود، حجم آب خارج شده را معلوم کنید.
۴.ابعاد چیست؟ تعریف کنید.
۵.محور زمین و ارتفاع مخروط را تعریف کنید.

۶. یک مسجد جامع که دارای ۳۰ مترطول و عرض ۱۵ متر است، سطح آنـرا از خـشت مربع شکل که طول هر ضلع خشت ۵۰ سانتی متر میباشد فرش میکنند. اگر قیمت هر خشت ۳۰ افغانی باشد برای فرش کردن سطح مسجد جامع چند افغانی ضرورت است؟

۷. مساحت سطحیهٔ مکعبی‌را دریافت نمایید که طول هر ضلع آن(۱۵)سانتی‌متر باشد.

۸. هرگاه طول هر خط الراس یک مکعب (۲۰) سانتی متر باشد مساحهٔ کلـی سـطحیهٔ آنرا پیدا کنید.

۹. فهیمه از کاغذ مقوا یک مکعب ساخت که طول هر ضلع آن (۷) سانتی متر اسـت. او میخواهد از کاغذ تحفه سطوح آنرا تزئین نماید. اگر هر دیسی متـر مربـع کاغـذ تحفه (۶) افغانی قیمت داشته باشد. کل سطح مکعب به چند افغانی تزئین میشود؟

۱۰. اتاقی که سقف آن ۱۶ متر مربع مساحت دارد. سقف آن را از تخته های مربع شکل که طول هر ضلع آن (۴۰) سانتی متر باشد مسطح می نماییم. سقف اتاق به چنـد تخته ضرورت دارد؟

۱۱. یک قطی که از آهن چادر ساخته شده است ابعاد (طول، عرض و ضخامت) آن هـر یک (۱۰) سانتی متر است. آنرا از آب پر کرده سنگی را که به تار بسته اسـت در آن می اندازیم، یکمقدار آب آن میریزد. اگر ارتفاع آب باقیمانده (۵) سـانتی متـر باشـد حجم سنگ را پیداکنید.

۱۲. مترمکعب چیست؟ تعریف نمایید و نیز حساب کنید که در یک متـر مکعـب چنـد سانتی متر مکعب موجود است؟

فصل ششم

ترسیمات هندسی

هدف: شاگردان بتوانند طریق ترسیم را در شکلهای مختلف هندسی تطبیق نمایند.

تنصیف زاویه ذریعه پرکار: اگر خواسته باشیم زوایهٔ (ا ب ج) را توسط پرکار نصف کنیم، رأس (ب) را مرکز میگیریم و به یک شعاع اختیاری یک قوس رسم می‌کنیم.

شکل (۴۰)

طوریکه اضلاع (ا ب) و (ب ج) را در نقاط (م) و (ن) قطع کند. بعد نقاط (م) و (ن) را به ترتیب مرکز میگیریم و به یک شعاع دو قوس رسم میکنیم تا که یک دیگر خود را در نقطهٔ (ه) قطع کنند. بعد نقطه تقاطع قوسها یعنی نقطهٔ (ه) را به رأس زاویهٔ (ا ب ج) وصل می‌کنیم، در اینصورت زاویهٔ مذکور به دوحصهٔ مساوی تقسیم می‌شود. شکل (۴۰)

چون قطعه خط (هـب) زاویهٔ (ا ب ج) را به دو حصهٔ مساوی تقسیم می‌کند، پس قطعه خط (هـب) را ناصف زاویهٔ مذکور یاد می‌کنند.

تنصیف زاویه توسط نقاله:

اگر بخواهیم یک زاویه را به طور مثال زاویهٔ °۹۰= (ا ب ج) را نصف کنیم. اولاً (°۹۰) را به عدد ۲ تقسیم مینماییم که خارج قسمت آن (۴۵°) می‌شود. یعنی: ۴۵° = ۲ ÷ ۹۰° بعد مرکز نقاله را بالای رأس (ب) زاویهٔ (ا ب ج) قرار می‌دهیم.

شکل (۴۱)

از طرف راست به چپ درجهٔ (۴۵°) را پیدا می‌نماییم و یک نقطه در مقابل آن بـالای صفحهٔ کاغذ میگذاریم. در آخر نقطهٔ نشانی شده را ذریعه خـط کـش بـه رأس (ب) زاویه و صل می‌کنیم. در نتیجه ناصف زاویهٔ (د ب) رسم می‌شود. شکل (۴۱)

فعالیت ها

۱. یک زاویه به وسعت ۱۲۰° توسط نقاله رسم نمایید و بعداً توسط پرکـار آن را نصف کنید.

۲. زاویهٔ ۵۰° = (ا ب ج) را ترسیم و آنرا توسط نقاله در گروپ هایتان به دو حصه مساوی تقسیم کنید.

کار خانه گی:

یک زاویه را به وسیلهٔ کدام یک از آلات هندسی به سه حصهٔ مـساوی تقـسیم کرده میتوانید آنرا نام گرفته، زاویهٔ ۱۲۰° را به سه حصه مساوی توسط آن تقسیم نمایید.

ترسیم عمود بالای یک نقطهٔ معین یک قطعه خط:

اگر بخواهیم بالای یک نقطه معین به طور مثال نقطهٔ (د) قطعه خط (اب) عمود رسم نماییم، نقطهٔ مذکور (د) را توسط پرکار مرکز گرفته به دو طرف نقطهٔ مذکور بالای قطعه خط داده شده به عین شعاع قوسها را رسم می‌کنیم.

شکل (۴۲)

طوریکه قطعه خط مذکور را در نقاط(ه)و(و)قطع کند. بعد نقاط (ه) و (و) را مرکز گرفته و شعاعی که از (ه د) یعنی از نصف قطعه خط (هـو) طویلتر باشد، دو قوس رسم میکنیم که این قوسها یکدیگر خود را در نقطهٔ (ج) قطع می‌کنند.

حال نقطهٔ (ج) را به نقطهٔ (د) وصل مینماییم. قطعه خط (جد) که حاصل می‌شود عمود در نقطهٔ معین (د) بالای قطعه خط (اب) میباشد. شکل(۴۲)

ترسیم عمود از یک نقطهٔ خارج بالای یک قطعه خط:

یک مستقیم (اب) را بایک نقطهٔ (ج) در خارج این مستقیم در نظر می‌گیریم. میخواهیم از نقطهٔ (ج) که خارج مستقیم قرار دارد یک عمود بالای قطعه خط مستقیم (اب) رسم نماییم.

ترسیم:نقطهٔ (ج) را مرکز قرار میدهیم و به شعاع دلخواه یک قوس رسم میکنیم. این قوس مستقیم (اب) را در نقاط (ه)و (و) قطع می‌کند. بعد نقاط (هـ) و (و) را در حالیکه پرکار تغییر نکند مرکز گرفته به عین شعاع در قسمت تحتانی خط مستقیم (اب) دو قوس رسم میکنیم که این دو قوس یک دیگر خود را در نقطهٔ (د) قطع می‌کنند. اکنون نقاط (د) و (ج) را باهم وصل میکنیم قطعه خط حاصل

شدهٔ (د ج) عمود مطلوب در نقطهٔ (م) بالای قطعه خط ($\overline{\text{اب}}$) میباشد. شکل(۴۳)

شکل(۴۳)

فعالیت ها

شاگردان عزیز!

۱. قلم، پنسل پاک، خط کش و پرکار را آماده کنید.

۲. به دو گروپ تقسیم شوید طوریکه گروپ اول از نقطهٔ (هـ) که در خارج قطعه خط ($\overline{\text{دج}}$) قرار دارد. بالای قطعه خط ($\overline{\text{دج}}$) در نقطهٔ (م) یک عمود ترسیم نمایند. گروپ دوم از نقطهٔ (و) که در خارج قطعه خط ($\overline{\text{اب}}$) قرار دارد بالای قطعه خط ($\overline{\text{اب}}$) در نقطهٔ (د) یک عمود رسم نمایند.

ترسیم ناصف عمودی یک قطعه خط:

ترسیم: یک قطعه خط ($\overline{اب}$) را طور دلخواه در نظر میگیریم.

۱. نقاط (۱) و (ب) را توسط پرکار مرکز گرفته به شعاعاتی که از نصف ($\overline{اب}$) طویلتر بوده، در قسمت فوقانی و تحتانی قطعه خط ($\overline{اب}$) قوسها رسم میکنیم. طوریکه نقطه تقاطع قوسها را در قسمت فوقانی ($\overline{اب}$) نقطهٔ (ج) و همین قسم نقطهٔ تقاطع قوسها را در قسمت تحتانی ($\overline{اب}$) نقطهٔ (د) می نامیم:

شکل(۴۴)

۲. نقاط (ج) و (د) را توسط خط کش باهم وصل میکنیم قطعه خط ($\overline{جد}$) که به دست آمده است و ($\overline{اب}$) رادرنقطهٔ (م) تنصیف مینماید در همین نقطه بالای قطعه خط ($\overline{اب}$) عمود است.شکل(۴۴)

طریق ترسیم یک زاویه مساوی به زاویهٔ داده شده:

فرضاً یک زوایهٔ(ا ب ج)داده شده باشد، میخواهیم زاویهٔ را رسم نماییم.

ترسیم: اولاً رأس (ب) زاویه داده شده را مرکز گرفته به شعاع دلخواه (ه ب) یک قوس رسم میکنیم که ضلع ($\overline{اب}$) را در نقطهٔ (ه) وضلع ($\overline{بج}$) را در نقطهٔ (د) قطع کند. شکل(۴۵)

شکل (۴۵)

حال یک مستقیم ($\overleftrightarrow{مَن}$) را رسم مینماییم و یک نقطهٔ کیفی (ک) را بالای آن انتخاب میکنیم. اکنون نقطهٔ (ک) را مرکز گرفته به همان شعاع ($\overrightarrow{هَب}$) یک قوس رسم میکنیم که مستقیم ($\overleftrightarrow{مَن}$) را در نقطهٔ (ط) قطع کند بعداً نقطهٔ (ط) را مرکز گرفته به طول شعاع (ه د) یک قوس رسم میکنیم که هر دو قوس یکدیگر خود را در نقطهٔ (ی) قطع کنند. حال نقاط (ک) و (ی) را با هم وصل می‌نماییم زاویهٔ (ط$\hat{ک}$ی) مساوی به زاویه (ا$\hat{ب}$ ج) داده شده می‌باشد. شکل(۴۶).

شکل (۴۶)

فعالیت

زاویهٔ (ا ب ج) طبق شکل (۴۷) داده شده است زاویه یی، مساوی به زاویهٔ داده شده رسم کنید و بعداً توسط نقاله اندازه گیری نمایید که آیا هر دو باهم مساوی اند یا نه؟

شکل(۴۷)

کار خانه گی: قرار شکل (۴۸) دو زاویهٔ (ا ب ج) و (د ه و) داده شده اند. زاویه یی را رسم کنید که مساوی به مجموع دو زاویهٔ داده شده باشد. شکل(۴۸)

شکل(۴۸)

طریق ترسیم خطوط موازی:

طریقهٔ اول: اگر بخواهیم یک قطعه خط موازی به قطعه خط (اب) ترسیم کنیم کنار گونیا را در کنار خط داده شده منطبق میسازیم.

یک نقطهٔ (ج) را در کنار گونیا که به عدد (۳) تقابل می‌کند، روی صفحهٔ کاغذ نشانی میکنیم وبعد همین گونیا را روی خط (اب) می لغزانیم و بازهم عین نقطه را در کنار گونیا دریافت و به مقابل آن روی صفحهٔ کاغذ نشانی می‌نماییم.

مانند نقطهٔ (د) بعد هر دو نقطهٔ نشانی شده (ج) و (د) را باهم وصل میکنیم قطعه خط (دج) موازی به قطعه خط (اب) ترسیم می‌شود. شکل(۴۹).

شکل (۴۹)

طریقهٔ دوم: یک مستقیم (اب) داده شده است. میخواهیم از نقطهٔ (ج) به این مستقیم یک مستقیم موازی رسم کنیم.

ترسیم: نخست وتر گونیا را به امتداد (اب) میگذاریم.

دوم خط کش را به ضلع پایینی گونیا قرار میدهیم و گونیا را بالای خط کش می‌لغزانیم تا وقتیکه وتر گونیا از نقطهٔ (ج) بگذرد، در اینجا به امتداد وتر گونیا خط مستقیم رسم میکنیم. همین خط مستقیم (آبَ) مستقیم مطلوب و موازی خط(اب) است. شکل(۵۰)

شکل (۵۰)

فعالیت

جوره یی کار کنید یک قطعه خط (اب) را به طول ۹ سانتی متر در نظر بگیرید و به مسافه ۵ سانتی متر دور تر از آن قطعه خط موازی (اب) را به آن رسم کنید.

کارخانه‌گی: یک زاویهٔ °۴۵ = (ا$\hat{ب}$ ج)را در نظر بگیرید. بعد زاویهٔ (آ$\hat{ب}$َ ج) را مساوی به آن ترسیم نمایید.

ترسیم مثلثی که سه ضلع آن معلوم باشد:

فرضاً در مثلث (ا ب ج) ضلع، ۴ سانتی متر = $\overline{\text{اب}}$، ۵,۴ سانتی متر = $\overline{\text{بج}}$ و ۶,۷ سانتی متر = $\overline{\text{اج}}$ باشد. برای ترسیم مثلث مذکور اول به طول ۶,۷ سانتی متر قطعه خط ا ج را رسم میکنیم. بعد نقاط (ا) و (ج) را مرکز گرفته توسط پرکار به یکطرف خط ($\overline{\text{اج}}$) به طول های ۵,۴ سانتی متر و ۴ سانتی دو قوس رسم میکنیم که یکدیگر را در نقطهٔ (ب) قطع می‌کنند. حال نقطهٔ (ب) را به نقاط (ا) و (ج) وصل میکنیم مثلث مطلوب حاصل می‌شود. شکل (۵۱)

شکل (۵۱)

ترسیم مثلثی که دو ضلع و زاویهٔ بین آنها معلوم باشد:

فرضاً ضلع ($\overline{\text{اب}}$) مثلث ۶ سانتی متر، ضلع ($\overline{\text{بج}}$) = ۵ سانتی متر و زاویه بین شان ۴۵° باشد. برای ترسیم مثلث مذکور اولاً یک قطعه خط ($\overline{\text{اب}}$) = ۶ سانتی متر را رسم می‌کنیم. در یک انجام قطعه خط فرضاً نقطهٔ (ب) زاویهٔ (۴۵°) را رسم میکنیم. از ضلع جدید به اندازهٔ ۵ سانتی متر جدا نموده و انجام آنرا به نقطهٔ (ا) وصل می‌کنیم مثلث مطلوب حاصل می‌شود. شکل (۵۲)

شکل (۵۲)

فعالیت ها

- مثلث متساوی الاضلاعی را ترسیم نمایید که طول هر ضلع آن ۵,۵ سانتی متر باشد.

۱. قطعه خطی به ۵,۵ سانتی متر رسم کنید.
۲. هر دو انجام قطعه خط را نام گذاری کنید.
۳. پرکار خود را روی خط کش به اندازهٔ ۵,۵ سانتی متر باز کنید.
۴. حال انجام های قطعه خط مرسومه را مرکز گرفته با پرکار خویش که حقیقتاً ۵,۵ سانتی متر باز است به یکطرف قطعه خط قوسهای قاطع رسم کنید.
۵. نقطهٔ تقاطع قوسها را نام گذاری نموده آنرا به دو انجام همان قطعه خط مرسومه وصل کنید. اینک مثلث متساوی الاضلاع با ضلعهای ۵,۵ سانتی متر به دست می آید.

ترسیم مثلثی که دو زاویه و یک ضلع آن معلوم باشد:

مثلث (ا ب ج) را رسم کنید که دو زاویهٔ آن(°۶۰) و (°۳۰) بوده و ضلع مجاور آنها ۶ سانتی متر باشد.

نخست یک قطعه خط به طول ۶ سانتی متر رسم میکنیم. بعد دریک انجام قطعه خط مذکور زاویهٔ(°۶۰) را و در انجام دیگر آن زاویه(°۳۰) را رسم مینماییم. اضلاع این دو زاویه یکدیگر خود را در نقطهٔ (ج) قطع می‌کنند. در نتیجه مثلث مطلوب حاصل میشود. شکل(۵۳)

شکل (۵۳)

ترسیم مثلث قایم الزاویه ای که وتر و یک ضلع قایم آن معلوم باشد:

اگر طول و تر مثلث ۷ سانتی متر وطول یک ضلع قایم آن ۵ سانتی متر باشد آنرا طور ذیل رسم مینماییم:

اول: یک قطعه خط ($\overline{اب}$) را به طول ۷ سانتی متر (وتر) رسم میکنیم.

دوم: نقطهٔ منتصفهٔ وتر را مرکز قرار داده به شعاع نصف وتر یک نیم دایره رسم میکنیم.

سوم: یک انجام وتر را ذریعه پرکار مرکز قرار میدهیم و از محیط دایره به اندازه ۵سانتی متر قطع میکنیم.

چهارم: نقطهٔ تقاطع را (ج) نام می‌گذاریم. حال نقاط (ج) و (ا) را باهم وصل می‌کنیم مثلث (ا ب ج) حاصل می‌شود.شکل(۵۴)

شکل (۵۴)

فعالیت ها

جوره یی کار کنید.

۱. یک مثلث قایم الزاویه که وتر آن ۸ سانتی متر و یک ضلع قایم آن ۴,۵ سانتی متر باشد رسم کنید.

۲. مثلث قایم الزاویه ایرا که وتر ویک زاویهٔ آن ذیلاً داده شده است رسم کنید: زاویه (ب) آن (45°) و وتر ($\overline{اج}$) = ۷ سانتی متر.

الف. وتر ($\overline{اج}$) را به طول ۷ سانتی متر رسم کنید.

ب. نقطهٔ منتصفه و تر ($\overline{اج}$) را نشانی کنید.

ج. نقطهٔ منتصفه را مرکز قرار داده با پرکار یک نیم دایره رسم کنید.

د. به ا نجام الف وتر زاویهٔ 45° را رسم کنید.

ر. نقطهٔ تقاطع این ضلع را با نیم دایره نقطهٔ (ب) بنامید.

و. حالا نقطهٔ (ب) را با نقطهٔ (ج) وصل کنید مثلث مطلوب حاصل می‌شود.

تمرینات:

۱. سه ضلع مثلث هریک ۴سانتی متر، ۶سانتی متر و۸ سانتی متر اند آنـرا ترسـیم نمایید.

۲. دوضلع یک مثلث مساوی بوده هرکدام ۶سانتی متر طول دارد، در صورتیکه زاویه بـین شان (۷۵°) باشد مثلث مذکور را رسم کرده طول ضلع سوم آنرا پیدا کنید.

۳. اضلاع یک مثلث ۵ سانتی متر، ۵سانتی متر و ۴ سانتی متر اسـت آنـرا رسـم و بگویید چی قسم مثلث است؟

۴. سه ضلع مثلث هریک ۵سانتی متر طول دارد آنرا رسم کرده اندازهٔ زوایـای آنـرا بگویید.

۵. مثلثی را ترسیم کنید که دو زاویه و ضلع بین آنها طـور ذیـل داده شـده باشـد. اب = ۶ سانتی متر، زاویهٔ أ = ۶۰°و زاویهٔ ب = ۴۵°

۶. مثلثی را رسم کنید که دو ضلع و زاویهٔ بین شان به قرار ذیل داده شـده باشـد: (ج هـ) = ۶ سانتی متر، (د هـ)= ۷ سانتی متر و زاویهٔ (هـ) = (۱۱۵°).

۷. مثلث قایم الزاویه یی را رسم کنید که وترش ۸ سانتی متر و یک ضلع قـایم آن ۶سانتی متر باشد دو زاویه و ضلع سوم آنرا اندازه گیری نمایید.

۸. مثلث قایم الزاویه یی را رسم کنید که وترش ۶ سانتی متر ویـک زاویـهٔ آن ۳۵ درجه باشد مجموع طول اضلاع آنرا در یافت کنید.

۹. مثلث قایم الزاویه یی را رسم کنید که وترش ۸ سانتی متر بوده دو ضلع قایمش با هم مساوی باشند.

۱۰. مثلث قایم الزاویه یی را رسم کنید کـه دو ضـلع قـایم آن ۸ سـانتی متـر و ۶ سانتی متر بوده، طول وتر و اندازهٔ دو زاویهٔ آنرا پیداکنید.

۱۱. مثلث (ا ب ج) را در نظر بگیریـد طوریکـه زاویـهٔ ب= ۶۰°، زاویـهٔ ج= (۹۰°) میباشد مطلوب است اندازهٔ زاویهٔ (أ).